

CONCOURS D'ADMISSION 2002

## COMPOSITION DE SCIENCES INDUSTRIELLES

(Durée : 4 heures)

L'utilisation des calculatrices est autorisée pour cette épreuve

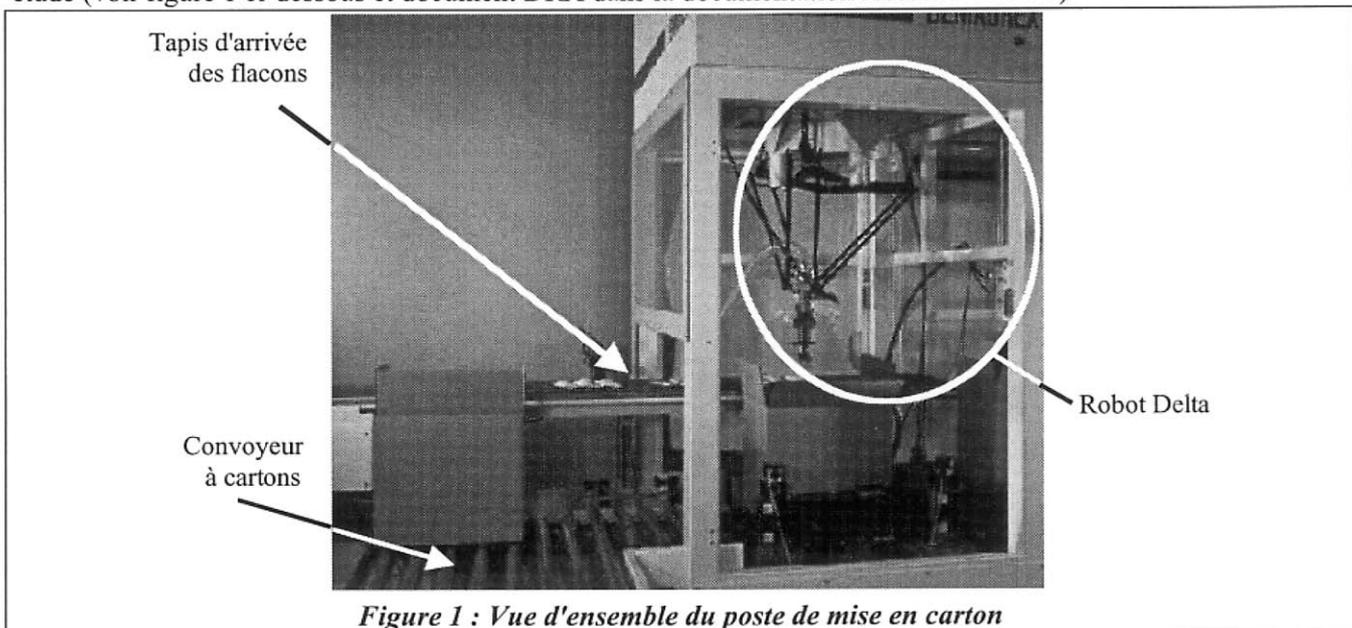
\*\*\*

Le sujet est constitué d'un **texte principal** de 14 pages et d'un **dossier ressources** de 4 pages.**CELLULE DE CONDITIONNEMENT DE FLACONS  
À ROBOTS PARALLÈLES DE TYPE « DELTA »**

Remarque préliminaire : ce sujet est composé de parties qui sont, dans une large mesure, indépendantes ; il est malgré tout conseillé au candidat d'aborder les questions dans l'ordre proposé.

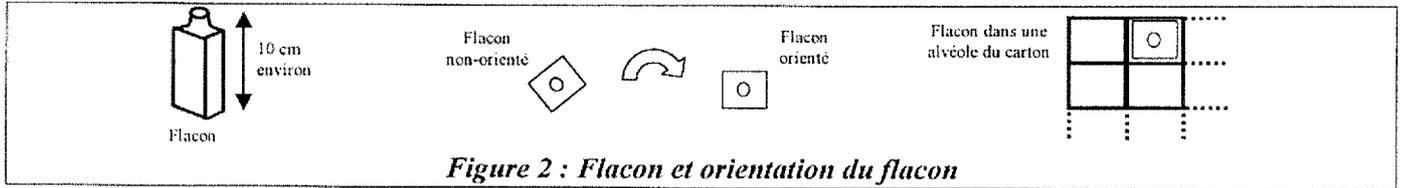
**I. Présentation**

Une usine de fabrication de flacons en verre possède un **poste de mise en cartons** qui est l'objet de la présente étude (voir figure 1 ci-dessous et document DRA dans la documentation ressource à la fin).



Les flacons, qui sortent du four de cuisson, sont disposés les uns derrière les autres sur un tapis roulant qui les achemine jusqu'au poste de mise en cartons. Une caméra, associée à un logiciel de reconnaissance de formes, s'assure de la conformité géométrique des flacons. Les flacons non conformes (présentant un défaut géométrique, renversé, cassé, etc.) sont évacués vers l'extérieur sur le même tapis. Chaque flacon conforme est saisi par un des deux robots Delta et est placé dans une alvéole du carton. Les deux robots Delta travaillent en parallèle sous la conduite d'une même Partie Commande : ils saisissent les flacons sur le même tapis roulant qui achemine les flacons et remplissent chacun un carton différent. Chaque carton plein contient 48 flacons.

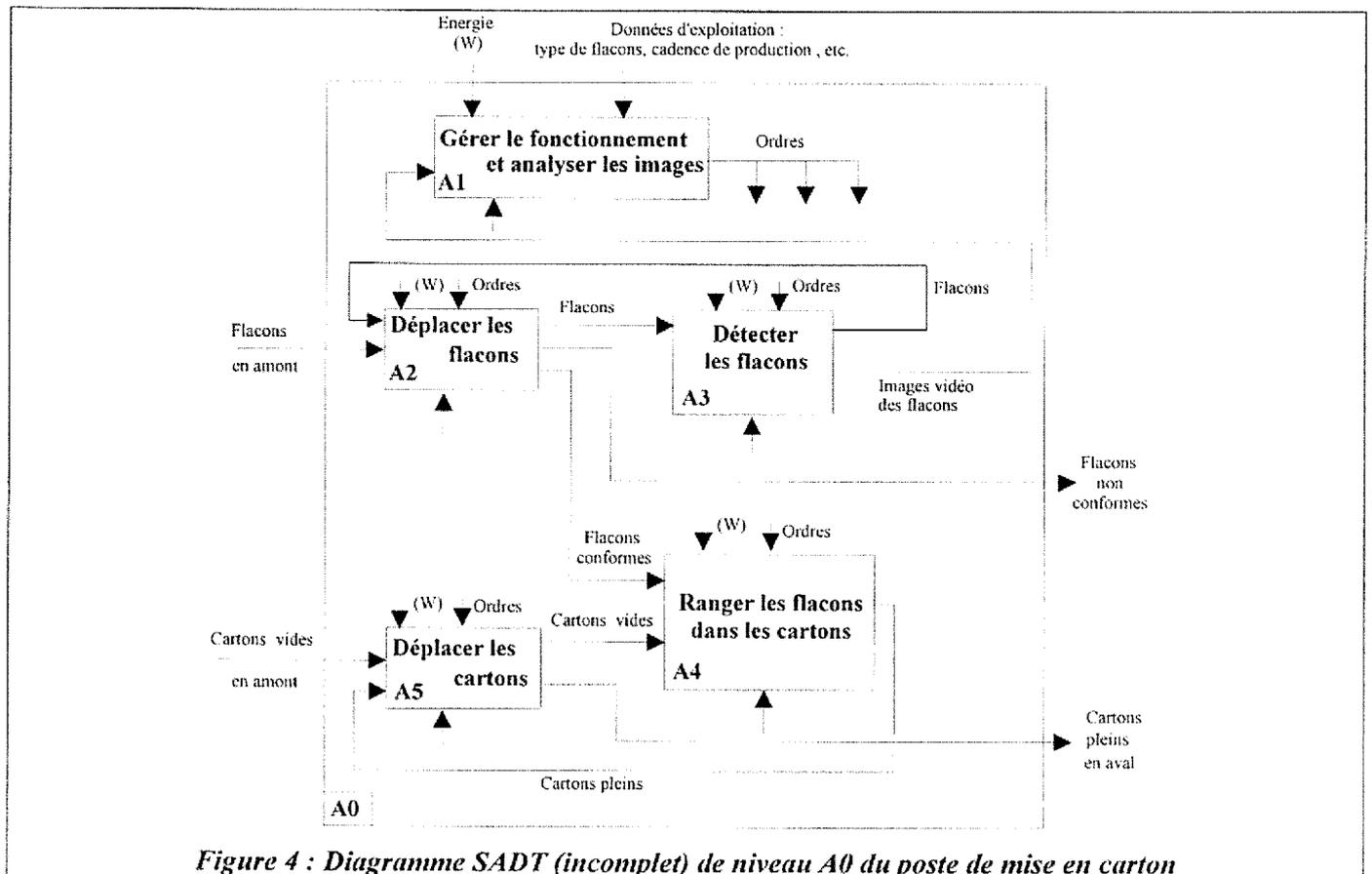
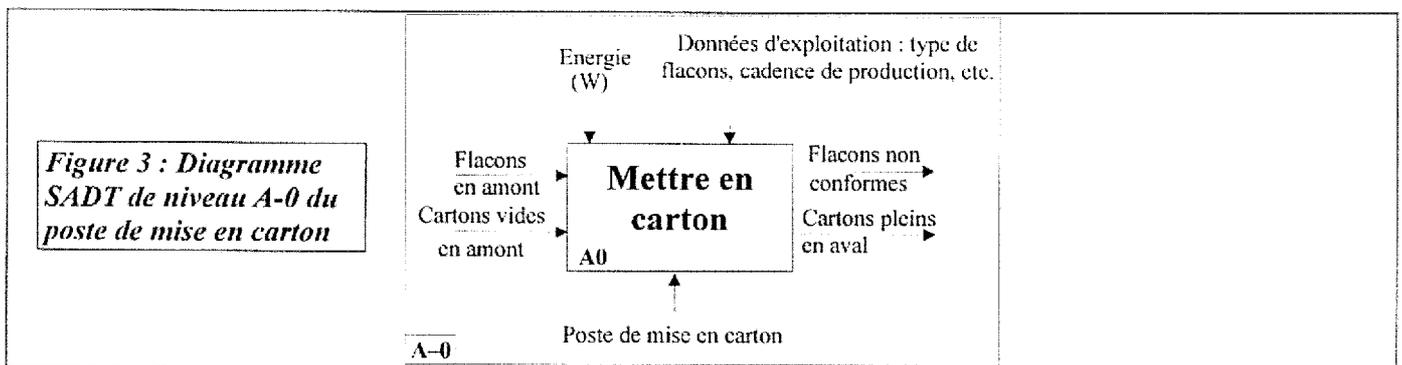
Les images issues de la caméra permettent aussi à la partie commande de donner un ordre d'orientation du flacon au robot qui l'a saisi de façon à ce que le flacon rentre aisément dans l'alvéole correspondante de forme parallélépipédique (voir figure 2).



Les cartons vides sont acheminés sur la zone de chargement (zone ZC1 ou ZC2 voir document DRA) par l'intermédiaire d'un convoyeur à rouleaux et de vérins pousseurs. Les cartons remplis sont évacués vers l'extérieur par ce même convoyeur. Les autres opérations réalisées dans l'unité de conditionnement sont la fermeture, le marquage et la palettisation des cartons : elles ne seront pas étudiées ici.

## II. Etude globale de la solution

On donne les diagrammes SADT du poste de mise en carton des niveaux A-0 (figure 3) et A0 (figure 4).



**Q1. Donner les moyens (supports d'activité) des fonctions A1, A2, A3, A4 et A5 du diagramme SADT niveau A0. Présenter la réponse sous la forme du tableau ci-dessous :**

Fonctions	Moyens associé aux fonctions
A1	
...	

L'étude qui suit concerne la validation partielle des fonctions A1 (partie III) et A4 (parties V et VI).

### III. Fonction A1 : « Gérer le fonctionnement et analyser les images »

L'optimisation de la productivité est le fruit de la diminution du temps de cycle, c'est à dire du temps nécessaire au remplissage d'un carton en régime établi. On se propose à l'aide du modèle grafcet de quantifier ce temps de cycle.

Les deux robots Delta fonctionnent simultanément et sont nommés robot 1 et robot 2. Le robot  $i$  place les flacons arrivant sur le tapis dans le carton placé en zone  $ZCi$  (voir document DRA).

Les cartons vides sont acheminés par le convoyeur qui fonctionne en continu. Trois barrières permettent de bloquer le carton sur la zone amont, en face de la zone  $ZC1$  ou en face de la zone  $ZC2$ . Des vérins permettent de pousser le carton du convoyeur à rouleaux vers la zone  $ZCi$  (carton vide) ou de la zone  $ZCi$  vers le convoyeur (carton plein).

Le fonctionnement automatisé est décomposé en sept tâches dont la description et la durée, en fonction d'un paramètre  $T$  connu, sont donnés figure 5 (pour les durées variables, voir les règles 1 et 2)

Le grafcet de supervision est donné sur la figure 5 ci-après.

On suppose qu'à l'instant  $t = 0$ ,

- on actionne le bouton bistable « marche » (la variable reste vraie pour toute la durée étudiée),
- le tapis transportant les flacons se met en mouvement,
- le grafcet est dans sa situation initiale et aucun carton n'est présent dans le système hors de la zone amont.

On rappelle que :

- quand les deux robots fonctionnent en même temps, chacun des robots prend un flacon sur deux,
- un carton contient 48 flacons.

On suppose que tous les flacons sont conformes.

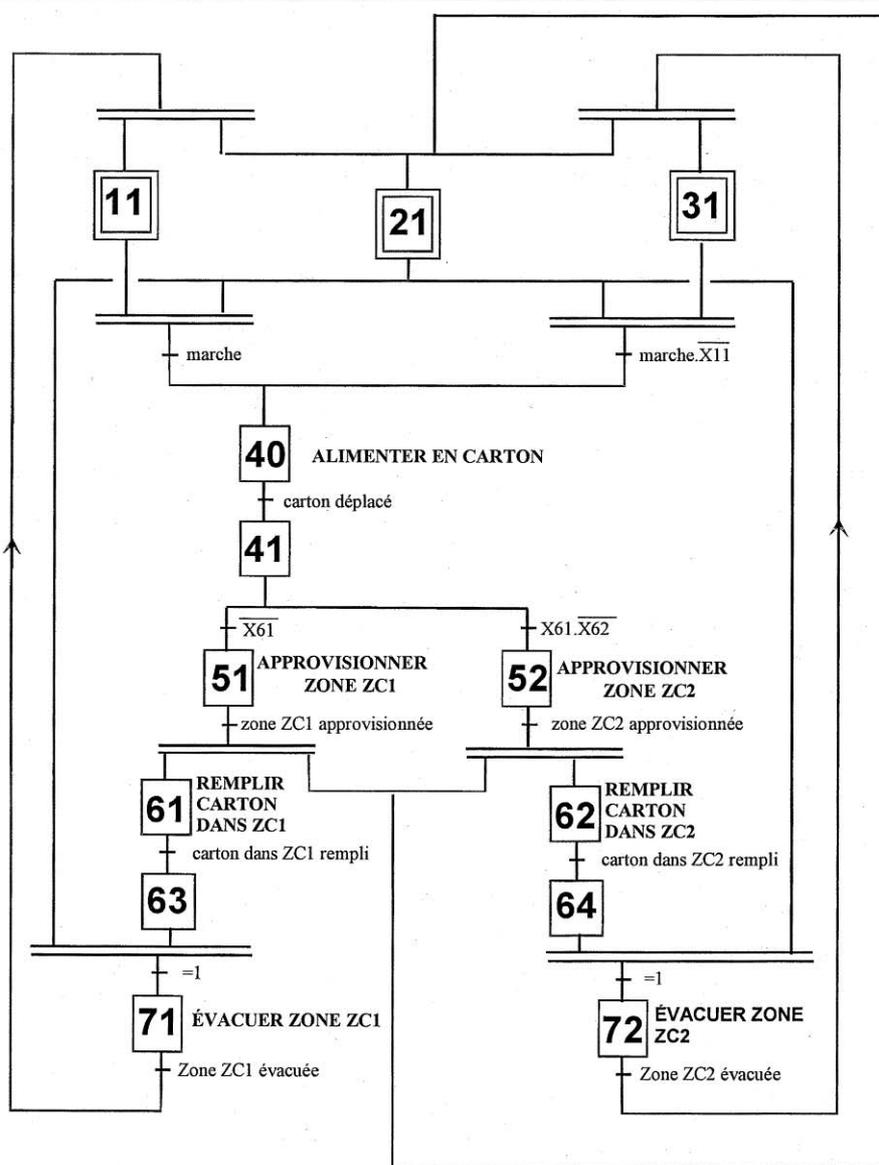
**Q2. En partant de l'instant  $t = 0$ , tracer les chronogrammes des sept tâches suivantes jusqu'à atteindre le régime permanent :**

- |   |   |
|---|---|
| $(\tau_1)$ Alimenter en carton          | $(\tau_5)$ Approvisionner la zone $ZC2$ |
| $(\tau_2)$ Approvisionner la zone $ZC1$ | $(\tau_6)$ Remplir carton dans $ZC2$    |
| $(\tau_3)$ Remplir carton dans $ZC1$    | $(\tau_7)$ Évacuer carton de $ZC2$      |
| $(\tau_4)$ Évacuer carton de $ZC1$      |   |

**Indications pour la mise en page de la réponse :**

- ① placer les chronogrammes des sept tâches sur une pleine page horizontale de la copie
- ② utiliser l'échelle horizontale suivante : 1 cm pour 2 T
- ③ utiliser l'échelle verticale suivante : 1 cm entre l'état logique 0 et l'état logique 1
- ④ décaler les chronogrammes verticalement de 1 cm les uns des autres

**En utilisant le chronogramme, déterminer le temps de cycle  $T_C$  en régime permanent (faire apparaître précisément ce temps  $T_C$  sur les chronogrammes en indiquant la zone qui va se répéter). Dans la phase transitoire, y a-t-il une période pendant laquelle les deux robots sont inactifs ? Si tel est le cas, combien de flacons conformes sont alors perdus, c'est-à-dire non rattrapés par un des deux robots ?**



Tâche		Description	Durée
$\tau_1$	Alimenter en carton	Passé un carton vide de la zone amont jusqu'à la zone intermédiaire	T
$\tau_2$	Approvisionner zone ZC1	Place un carton de la zone intermédiaire sur la zone ZC1	T
$\tau_3$	Remplir carton dans ZC1	Le robot n°1 remplit le carton présent en zone ZC1	Variable
$\tau_4$	Évacuer zone ZC1	Évacue un carton plein de la zone ZC1 jusqu'à la sortie	2T
$\tau_5$	Approvisionner zone ZC2	Place un carton de la zone intermédiaire sur la zone ZC2	2T
$\tau_6$	Remplir carton dans ZC2	Le robot n°2 remplit le carton présent en zone ZC2	Variable
$\tau_7$	Évacuer zone ZC2	Évacue un carton plein de la zone ZC2 jusqu'à la sortie	T

**Règle 1 :** Un robot fonctionnant seul est capable de placer tous les flacons arrivant sur le tapis dans le carton.  
La durée de la tâche est alors de 6 T.

**Règle 2 :** Les robots fonctionnant simultanément ne placent chacun qu'un flacon sur deux arrivant sur le tapis.

*Figure 5 : Grafset de supervision et tableau de description des tâches*

On propose de remplacer le grafcet de supervision présenté sur la figure 5 par les trois grafkets synchronisés présentés sur la figure 6 ci-dessous :

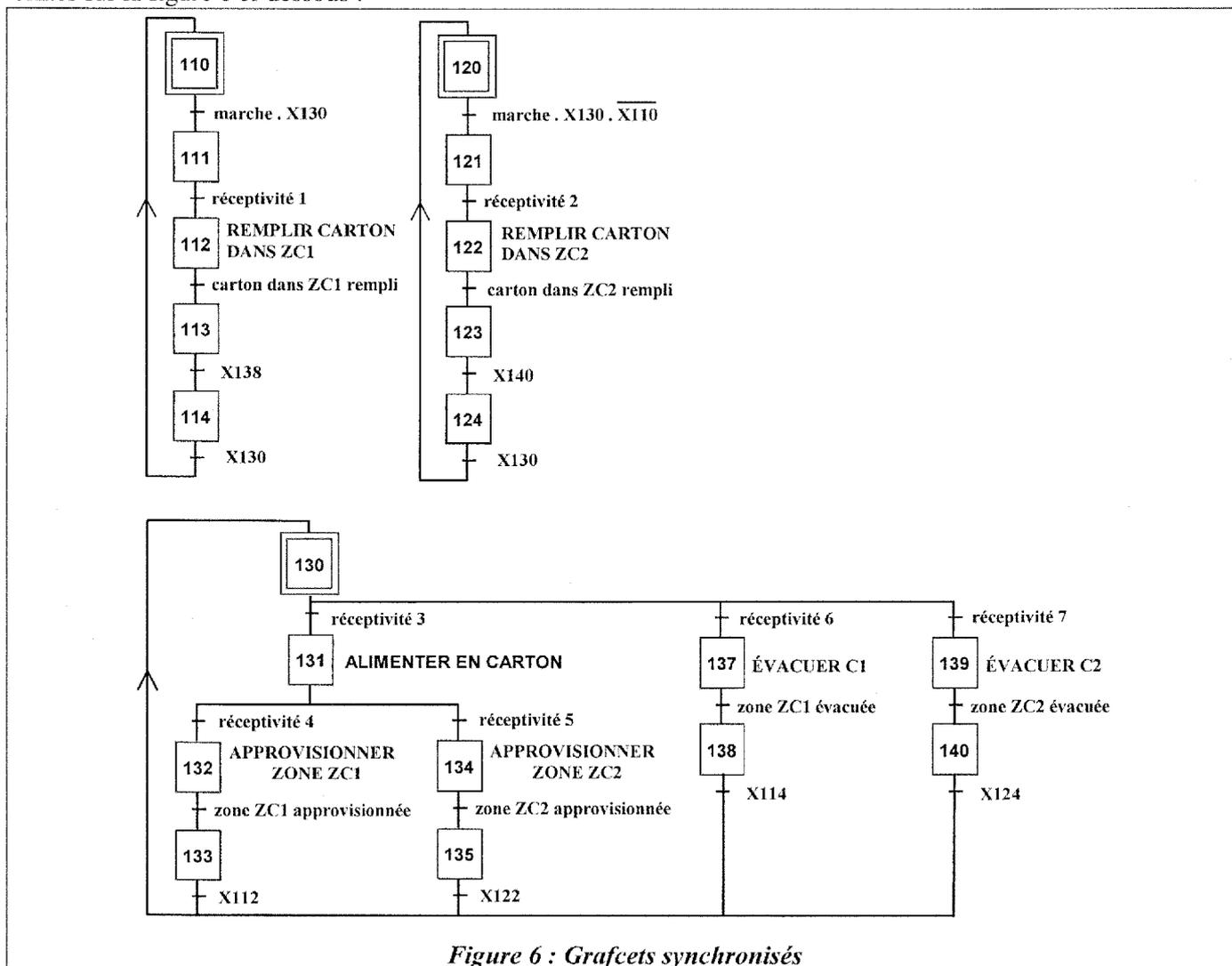


Figure 6 : Grafkets synchronisés

Q3. Préciser, dans un tableau du même type que celui de la question Q1, les équations logiques des réceptivités 1 à 7 des grafkets synchronisés de la figure 6 pour que le fonctionnement soit identique au grafcet de supervision de la figure 5.

Le chronogramme met en évidence l'importance de la durée des tâches  $\tau_3$  et  $\tau_6$  sur la durée du cycle et donc sur la productivité de la machine. Les parties suivantes (V et VI) permettent de valider certains choix technologiques effectués dans la conception des robots pour obtenir une productivité de 70 cartons par heure.

#### IV. Fonction A4 : « ranger les flacons dans les cartons »

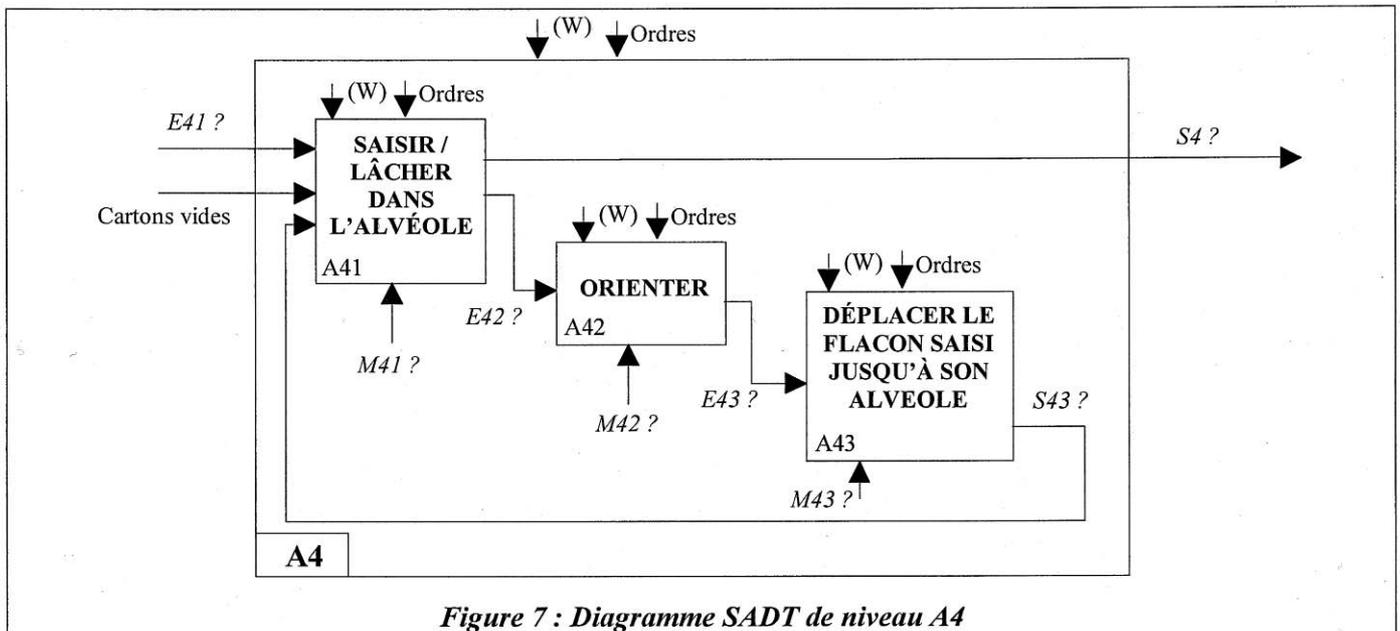
Les deux robots utilisés sont de type « Delta » à architecture parallèle (Cf. Document DRB). Dans ce type de robots, les stators des actionneurs (moteurs électriques) sont fixés sur le bâti et les rotors agissent sur des chaînes cinématiques indépendantes (bras + bielles) reliant, en parallèle, la partie active du robot (ici une plate-forme équipée d'une pince).

Le robot étudié est à quatre « axes » (en robotique, un axe est une liaison motorisée) :

- trois moteurs électriques assurent le déplacement de la plate-forme mobile en agissant sur les trois bras 1, 2 et 3 (c'est la structure « Delta » tri-motorisée)
- un moteur électrique assure l'orientation de la pince, via un axe cinématique d'orientation.

La fermeture et l'ouverture de la pince sont assurées par un vérin pneumatique.

**Q4.** Préciser, dans un tableau du même type que celui de la question Q1, les Entrées (*E41*, *E42* et *E43*), Sorties (*S4* et *S43*) et Moyens (*M41*, *M42* et *M43*) manquants dans le diagramme SADT de niveau A4 de la figure 7 correspondant à la fonction : « Ranger les flacons dans les cartons ».



### V. Fonction A43 : « Déplacer le flacon saisi jusqu'à son alvéole »

L'extrait du cahier des charges concernant la fonction « Déplacer le flacon saisi jusqu'à son alvéole » fait apparaître les critères présentés figure 8.

	Fonction	Critères	Niveaux
A43	Déplacer le flacon saisi jusqu'à son alvéole du carton	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Limiter les erreurs de positionnement <math>\delta_x</math>, <math>\delta_y</math> et <math>\delta_z</math> du centre de gravité G de la plate-forme 4 dans le repère <math>(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)</math> (voir figure 9)</li> <li>• Respecter le temps de cycle (un aller-retour tapis / alvéole) : <math>\Delta T</math></li> <li>• Ne pas détériorer les flacons : accélération maxi du centre de gravité du flacon : <math>a</math></li> <li>• Position unique de la pince pour une position angulaire donnée des trois bras motorisés</li> <li>• Pas de collision avec les éléments environnants : respect du volume de sécurité</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\delta_x = \delta_y = \pm 0,5 \text{ mm}</math> <math>\delta_z = \pm 1 \text{ mm}</math></li> <li>• <math>\Delta T = 0,8 \text{ s}</math></li> <li>• <math>a = 8g \cong 80 \text{ m s}^{-2}</math></li> <li>• Volume de sécurité : cylindre d'axe <math>(O, z_0)</math> et de rayon <math>R_s</math></li> </ul>

Figure 8 : Critères de la fonction A43

On se propose dans cette partie de vérifier tout d'abord que les fonctions A43 (« Déplacer ») et A42 (« Orienter ») sont bien indépendantes l'une de l'autre. On vérifie ensuite certains critères de la fonction A43 tels que « Position unique de la pince pour une position angulaire donnée des trois bras motorisés » et « Respecter le temps de cycle (un aller-retour tapis / alvéole) :  $\Delta T$  », qui aboutit au choix des actionneurs des bras.

## A. Détermination de la nature du mouvement de la plate-forme 4

### 1. Modèle cinématique retenu

Le robot Delta est d'abord étudié sans son axe cinématique d'orientation des pièces comme représenté sur la figure 9.

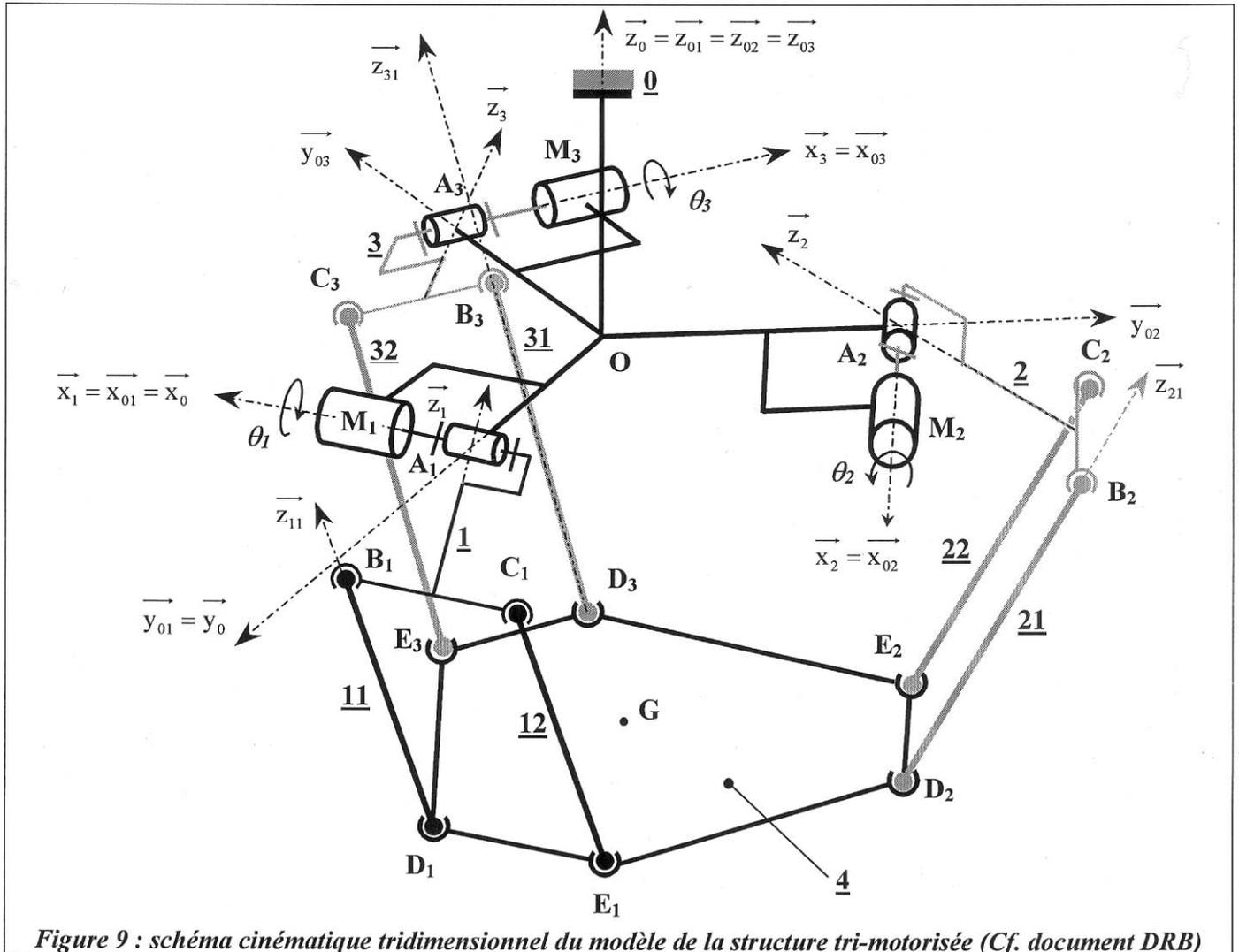


Figure 9 : schéma cinématique tridimensionnel du modèle de la structure tri-motorisée (Cf. document DRB)

Les bras 1, 2 et 3 sont entraînés en rotation par rapport au bâti 0 par les moteurs  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$ .

La plate-forme mobile 4 est reliée à chaque bras  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) par les deux bielles  $i1$  et  $i2$  qui sont en liaison sphérique à chaque extrémité (avec le bras  $i$  et la plate-forme 4).

**Paramétrage :** pour la suite,  $i = 1, 2$  ou  $3$ .

- Le bras  $i$  est en liaison pivot d'axe  $(A_i, \overline{x_{0i}})$ , tel que  $\overline{OA_i} = R\overline{y_{0i}}$ , avec le bâti 0. La direction  $\overline{y_{0i}}$  est définie par l'angle constant  $\eta_i = (\overline{x_0}, \overline{x_{0i}}) = (\overline{y_0}, \overline{y_{0i}})$ . On a :  $\eta_1 = 0$ ,  $\eta_2 = 2\pi/3$  et  $\eta_3 = 4\pi/3$ .
- La rotation du bras  $i$  par rapport au bâti 0 est repérée par l'angle  $\theta_i = (\overline{y_{0i}}, \overline{y_i}) = (\overline{z_{0i}}, \overline{z_i})$
- Le positionnement angulaire de la bielle  $i1$  (le paramétrage est identique pour la bielle  $i2$  qui est parallèle à  $i1$ ) par rapport au bras  $i$  (liaison sphérique en  $B_i$ ) est assuré par le paramétrage suivant :
  - $\varphi_i = (\overline{y_i}, \overline{v_{i1}}) = (\overline{z_i}, \overline{w_{i1}})$  rotation autour de  $\overline{x_i} = \overline{u_{i1}}$
  - $\varepsilon_i = (\overline{w_{i1}}, \overline{z_{i1}}) = (\overline{u_{i1}}, \overline{x_{i1}})$  rotation autour de  $\overline{v_{i1}} = \overline{y_{i1}}$
  - La rotation de la bielle  $i1$  par rapport à l'axe  $(B_i D_i)$  n'est pas paramétrée

On donne sur la figure 10 les représentations planes de ce paramétrage.

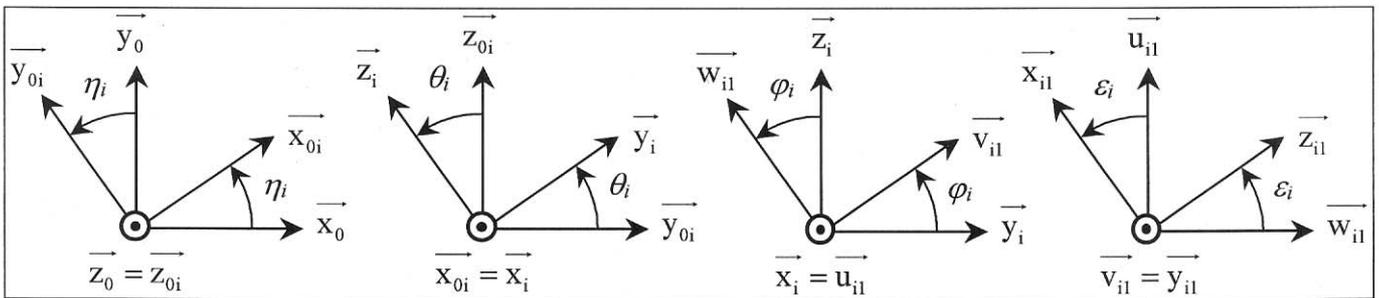


Figure 10 : Paramétrage angulaire

## 2. Mouvement de la plate-forme

On s'intéresse tout d'abord à une seule chaîne cinématique motorisée : bâti 0, bras 1, bielles 11 et 12 et plate-forme 4. Cette chaîne est représentée sur la figure 11.

On s'intéresse à la position où les bielles sont parallèles :  $(E_1C_1) \parallel (D_1B_1)$  ; on a donc :  $\overline{D_1B_1} = \overline{E_1C_1} = d \overline{z_{11}}$

On a, de plus :  $\overline{C_1B_1} = \overline{E_1D_1} = 2 e \overline{x_1}$  .

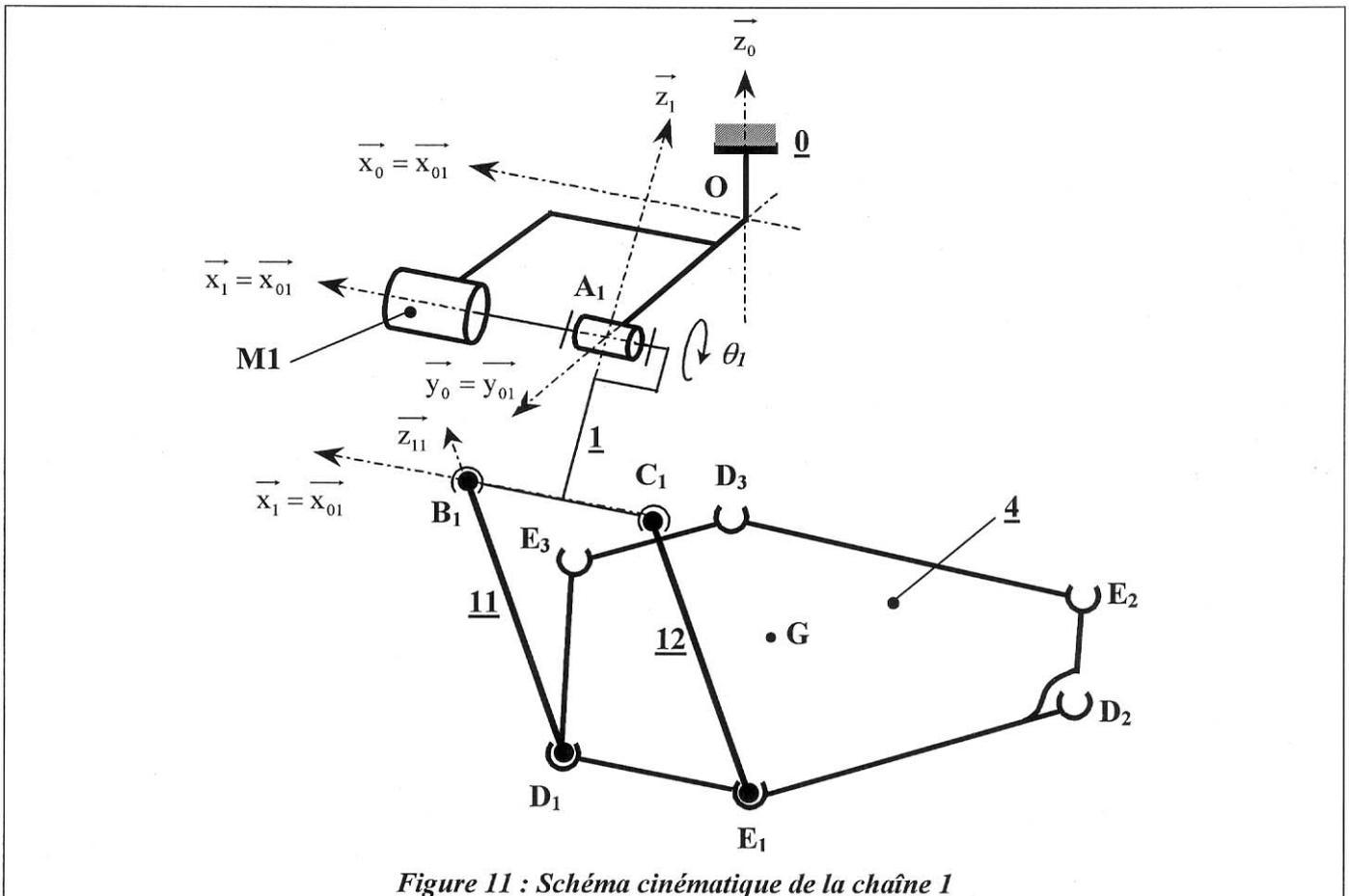


Figure 11 : Schéma cinématique de la chaîne 1

Pour les questions suivantes, le torseur cinématique de la liaison sphérique de centre M entre les solides  $i$  et  $j$  a pour éléments de réduction dans la base  $b_{11}(\overline{x_{11}}, \overline{y_{11}}, \overline{z_{11}})$  et au point M :

$$\left\{ \mathcal{V}_{i/j} \right\}_M = \begin{Bmatrix} p_{i/j} & 0 \\ q_{i/j} & 0 \\ r_{i/j} & 0 \end{Bmatrix}_{M, (\overline{x_{11}}, \overline{y_{11}}, \overline{z_{11}})}$$

**Q5. Par une fermeture cinématique, montrer que  $q_{11/4} = q_{11/1}$ . En déduire que  $\overline{\Omega}(4/1) \cdot \overline{y_{11}} = 0$ .**

On considère maintenant l'ensemble de la structure parallèle du robot, sans son axe cinématique d'orientation de la pince, conformément au schéma cinématique de la figure 9.

Toutes les bielles ont la même longueur  $d$ . De plus, la géométrie est telle que, pour  $i = 1, 2, 3$  :

$$\overrightarrow{D_i B_i} = \overrightarrow{E_i C_i} = d \overrightarrow{z_{i1}} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{C_i B_i} = \overrightarrow{E_i D_i} = 2e \overrightarrow{x_i}$$

**Q6. En déduire que, lorsque la plate-forme 4 est reliée aux 6 bielles 11 et 12 (bras 1), 21 et 22 (bras 2) et 31 et 33 (bras 3),  $\overline{\Omega}(4/0) = \overline{0}$ . Quelle est la nature du mouvement de 4 par rapport au bâti ? On considérera exclue la configuration où au moins deux des vecteurs  $\overrightarrow{y_{i1}}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) sont colinéaires.**

Il est donc justifié de dissocier, dans le diagramme SADT de niveau A4, la fonction « Orienter » de la fonction « Déplacer le flacon saisi jusqu'à son alvéole ».

## B. Unicité de la position de la pince

L'objectif est de vérifier l'unicité de la position de la pince pour une position angulaire donnée des trois bras motorisés. On rappelle que :  $\overrightarrow{OA_i} = R \overrightarrow{y_{0i}}$ ,  $\overrightarrow{A_i B_i} = -L \overrightarrow{z_i} + e \overrightarrow{x_i}$ ,  $\overrightarrow{B_i D_i} = \overrightarrow{C_i E_i} = -d \overrightarrow{z_{i1}}$ ,  $\overrightarrow{GD_i} = c \overrightarrow{y_{0i}} + e \overrightarrow{x_{0i}}$ .

La position du centre de gravité de la plate-forme 4 est donnée par :  $\overrightarrow{OG} = x(t) \overrightarrow{x_0} + y(t) \overrightarrow{y_0} + z(t) \overrightarrow{z_0}$ .

**Q7. Par une fermeture géométrique à projeter sur les vecteurs de la base  $\mathbf{b}_{0i}$ , déterminer les trois équations scalaires reliant  $x, y, z, \eta_i, \theta_i, \varphi_i, \varepsilon_i$  et les longueurs  $d$  et  $L$ .**

Le déplacement de la plate-forme 4 supportant la pince est obtenu en agissant sur les rotations  $\theta_1, \theta_2$  et  $\theta_3$  des trois bras 1, 2 et 3 (ces rotations sont réalisées par les trois moteurs M1, M2 et M3).

Les angles de rotation  $\theta_i$  des bras sont appelés *variables articulaires*.

Les déplacements  $x, y$  et  $z$  du centre de gravité G de la plate-forme 4 sont appelés *variables cartésiennes*.

Deux modèles de pilotage de la plate-forme sont traditionnellement utilisables en robotique :

- **Le modèle direct**  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \Rightarrow (x, y, z)$  : on impose les variables articulaires et on obtient les variables cartésiennes par la géométrie de la structure.
- **Le modèle inverse**  $(x, y, z) \Rightarrow (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  : on impose les variables cartésiennes et on en déduit par calcul les variables articulaires nécessaires.

Le modèle inverse est utilisé pour établir la commande des trois moteurs à partir des « besoins » de l'utilisateur.

**Q8. Recherche des solutions du problème inverse :**

- En utilisant les équations obtenues précédemment, déterminer l'expression de  $\tan(\theta_i/2)$  en fonction de  $x, y, z, R, L, d$  et  $\eta_i$ .
- Combien de solutions obtient-on avec cette équation ? Justifier, par une construction graphique simple, ce nombre de solutions.
- Quelle procédure de test doit être réalisée par la partie commande pour n'avoir, conformément au cahier des charges fonctionnel, qu'une seule solution ?

## C. Détermination du degré d'hyperstatisme $h$ de la structure parallèle

L'architecture particulière de ce robot Delta lui assure une rigidité suffisante, et donc, une précision de positionnement qui vérifie le critère imposé ( $\delta_x = \delta_y = \pm 0,5$  mm et  $\delta_z = \pm 1$  mm).

On vise cependant, pour minimiser la taille des actionneurs, à l'isostatisme de la structure.

**Q9. Tracer le graphe des liaisons puis donner le nombre cyclomatique  $\gamma$  (qui correspond au nombre de cycles indépendants) de ce graphe. Déterminer alors le degré d'hyperstatisme du modèle utilisé pour l'étude, en justifiant notamment le calcul de la mobilité**

## D. Choix des actionneurs des bras

Les bielles 11, 12, 21, 22, 31 et 32 sont réalisées en fibres de carbone et, compte-tenu de leurs dimensions, sont supposées de masses et d'inerties négligeables.

On étudie dans cette partie le mouvement de la plate-forme 4 dans le plan  $(O, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ .

Puisque le mouvement de la plate-forme 4 est plan, sa position par rapport au bâti 0 est définie par les paramètres  $y(t)$  et  $z(t)$  tels que :  $\vec{OG} = y(t)\vec{y}_0 + z(t)\vec{z}_0$ . De plus, on montrerait facilement que  $\varepsilon_I = 0$ .

Les données géométriques et cinétiques des pièces sont données dans le tableau ci-après :

Solides	Géométrie	Données d'inertie / remarques
Bâti 0	$\vec{OA}_1 = R\vec{y}_0$ $R = 175 \text{ mm}$	Supposé fixe dans un repère galiléen
Bras 1 + rotor moteur	$\vec{A}_1\vec{B}_1 = -L\vec{z}_1 + e\vec{x}_1$ $\vec{A}_1\vec{C}_1 = -L\vec{z}_1 - e\vec{x}_1$ $e = 52,5 \text{ mm}$ $L = 375 \text{ mm}$	Masse : $m$ ; centre de gravité $G_1 = A_1$ Moment d'inertie par rapport à l'axe $(A_1, \vec{x}_1)$ : $J_I$ (inertie du bras seul $I_I$ et inertie du rotor moteur) $J_I = 0,2 \text{ kg m}^2$
Bielles 11 et 12	$\vec{B}_1\vec{D}_1 = \vec{C}_1\vec{E}_1 = -d\vec{z}_{11}$ $d = 825 \text{ mm}$	Masses et inerties négligeables
Plate-forme 4	$\vec{GD}_1 = c\vec{y}_0 + e\vec{x}_0$ $\vec{GE}_1 = c\vec{y}_0 - e\vec{x}_0$ $c = 68 \text{ mm}$	Masse $M = 1 \text{ kg}$ Centre de gravité : G

Figure 12 : données géométriques et cinétiques

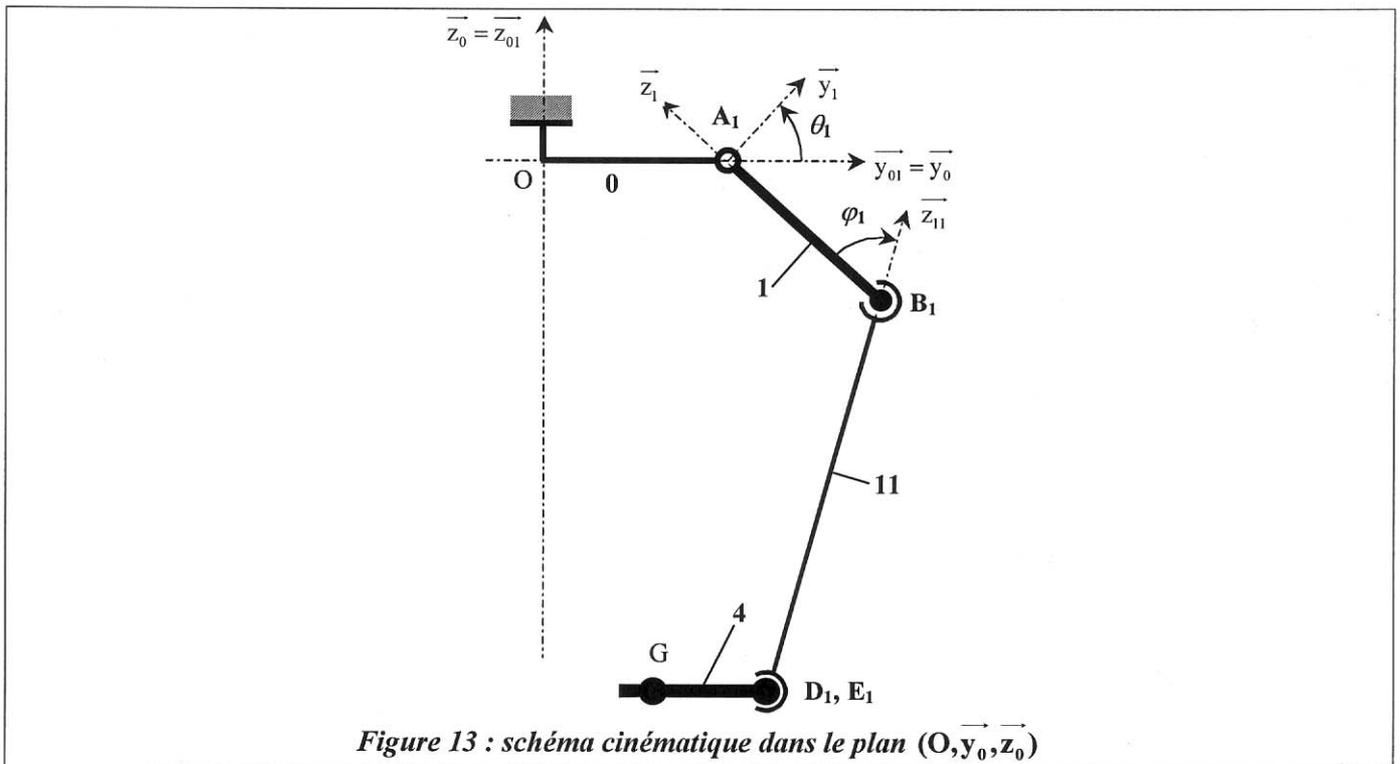


Figure 13 : schéma cinématique dans le plan  $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

**Q10.** Quel(s) solide(s) doit-on isoler et quel(s) théorème(s) doit-on utiliser pour montrer que l'action mécanique de 11 sur 1 est un glisseur en  $B_1$  de direction  $\vec{z}_{11}$  ?

On note maintenant la résultante des actions mécaniques du bras 1 sur la bielle 11 :  $\vec{B}_1(11 \rightarrow 1) = F_I \vec{z}_{11}$ .

De même, et pour des raisons de symétrie, on note  $\vec{C}_1(12 \rightarrow 1) = F_I \vec{z}_{11}$ .

On note :  $\left\{ \mathcal{F}_{M1 \rightarrow 1} \right\}_{A_1} : \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_{MI} \vec{x}_1 \end{array} \right\}_{A_1}$  l'action du moteur M1 sur le bras 1.

Nota : dans les questions suivantes, on précisera clairement, lorsque nécessaire, la (ou les) pièce(s) isolée(s) et le (ou les) théorème(s) utilisé(s).

**Q11. Donner une relation entre  $J_1, C_{M1}, F_1, L, \varphi_1, \theta_1$  et ses dérivées successives (rappel :  $\varepsilon_1 = 0$ ).**

Pour des raisons de symétrie, et puisque le mouvement étudié est un mouvement plan de la plate-forme 4 dans le plan  $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , les rotations des bras 2 et 3 sont identiques :  $\theta_2 = \theta_3, \varphi_2 = \varphi_3$  et  $\varepsilon_2 = -\varepsilon_3$ .

On note : - la résultante des actions mécaniques de 21 sur 2 :  $\vec{B}_2(21 \rightarrow 2) = F_2 \vec{z}_{21}$   
 - la résultante des actions mécaniques de 31 sur 3 :  $\vec{B}_3(31 \rightarrow 3) = F_3 \vec{z}_{31}$

Pour des raison de symétrie :  $F_2 = F_3$ .

**Q12. Déterminer l'expression des composantes dans  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  de l'accélération du centre de gravité G de la plate-forme 4 en fonction des efforts  $F_1$  et  $F_2$ , des angles  $\theta_1, \theta_2, \varphi_1, \varphi_2$  et  $\varepsilon_2$ , de l'accélération de la pesanteur g, de la masse M et des données géométriques.**

Une simulation sur un logiciel de calcul numérique donne, pour une trajectoire circulaire du centre de gravité G de la plate-forme 4 proche de celui attendu lors du déplacement des flacons (voir document DRC), les évolutions au cours du temps de l'accélération angulaire  $\ddot{\theta}_1(t)$ , de l'effort  $F_1(t)$  et de l'angle  $\varphi_1(t)$  (voir document DRD). Ce cycle comprend un aller retour avec une loi de mouvement en trapèze.

**Q13. À partir de la courbe du document DRC et des données sur la trajectoire, indiquer si le critère : « Ne pas détériorer les flacons : accélération maximale  $a = 8g$  » est respecté. Préciser le(s) instant(s) où cette accélération est maximale et donner sa valeur.**

**Q14. Grâce aux courbes du document DRD, déterminer la valeur numérique du couple moteur  $C_{M1}$  à l'instant  $t = 0,24$  s. Expliquer pourquoi cette valeur constitue une bonne approximation de la valeur maximale de  $C_{M1}$  sur le mouvement étudié.**

On dispose des quatre servo-entraînements INVESYS-PARVEX proposés sur le tableau de la figure 14.

Remarque : un servo-entraînement est l'association, optimisée par le fabricant, des trois éléments classiques de l'actionneur d'un asservissement : un variateur électronique, un moteur à courant continu et un réducteur à train épicycloïdal.

Servo-entraînement proposés	Moteur associé	Variateur associé	Réducteur GB	Couple permanent	Couple de pic	Vitesse permanente	Vitesse de pic
S.E. N° 1	RX320E	10/20-60	$\lambda = 1 / 5$	3,9	80,0	600	69
S.E. N° 2	RX330C	10/20-60		6,7	15,5	550	385
S.E. N° 3	RX530F	12/24-130		12,9	39,0	500	403
S.E. N° 4	RX620J	12/24-130		22,0	53,0	400	368
				(N m)		(tours min <sup>-1</sup> )	

Figure 14 : Caractéristiques des servo-entraînements

N.B. : couple et vitesse permanents correspondent au régime établi.

**Q15. Choisir, en le justifiant, le(s) servo-entraînement(s) qui conviennent à l'application, sachant que le fabricant conseille de prendre une marge de 30 % sur le couple et la vitesse de pic.**

### E. Détermination du couple moteur d'entraînement des bras 2 et 3

On se trouve toujours dans le cas de la trajectoire circulaire plane du centre de gravité G de la plate-forme 4 par rapport au bâti 0 comme indiqué dans le document DRC.

On note l'action mécanique du moteur Mi sur le bras i :  $\left\{ \mathcal{F}_{Mi \rightarrow i} \right\}_{A_i} : \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ C_{Mi} \vec{x}_i \end{array} \right\}_{A_i}$ .

**Q16. Donner l'expression du couple moteur  $C_{M2}$  ( $= C_{M3}$ ) en fonction du moment d'inertie  $J_1$  (identique pour les trois bras) des angles  $\theta_1, \theta_2 (= \theta_3), \xi$  et de leurs dérivées successives, de la masse M, de l'accélération de la pesanteur g, du rayon  $R_T$  et du couple  $C_{M1}$ .**

On constate pratiquement que le couple  $C_{M2}$  ( $= C_{M3}$ ) est toujours inférieur à  $C_{M1}$  et donc que le moteur choisi précédemment convient pour les 3 actionneurs des bras 1, 2 et 3.

## VI. Étude de la fonction A42 : « Orienter le flacon »

On se propose ici de valider le niveau des performances de la commande de l'axe d'orientation de la pince.

### A. Architecture de la commande

Remarque préliminaire : les fonctions dans le domaine temporel seront notées en minuscule, alors que celles dans le domaine de Laplace seront notées en majuscule ; par exemple :  $\omega(t)$  et  $\mathcal{L}[\omega(t)] = \Omega(p)$ .

Le servo-entraînement met en rotation un arbre télescopique muni à chacune de ses extrémités d'un joint de Cardan (voir document DRB). Le mouvement d'orientation de la pince est indépendant des mouvements de la plate-forme 4.

Afin d'assurer un bon positionnement angulaire de la pince P, la commande de sa rotation est asservie de la façon suivante :

- la consigne de position  $\theta_{PC}$ , entrée par l'utilisateur grâce à une interface graphique (lors des réglages) ou imposée par la Partie Commande (lors des cycles de travail), est transformée en une tension  $v_{PC}$  grâce à un convertisseur qui sera assimilé à un système de gain pur  $K_C$  (en V rad<sup>-1</sup>)
- la vitesse de rotation  $\omega_M$  (en rad s<sup>-1</sup>) et l'angle de rotation  $\theta_M$  (en rad) de l'arbre moteur sont mesurés par un codeur incrémental, monté directement sur l'arbre moteur, qui délivre une information numérique ; celle-ci est alors transformée par une carte de conversion numérique – analogique (C.A.N.) supposée linéaire en deux tensions  $v_\omega$  et  $v_\theta$  telles que :
  - pour la vitesse :  $v_\omega = K_\omega \omega_M$
  - pour la position :  $v_\theta = K_\theta \theta_M$
- la tension  $v_\theta$  (image de la rotation  $\theta_M$  du moteur) est soustraite à la tension  $v_{PC}$  pour donner la tension  $\varepsilon_P$
- cette tension  $\varepsilon_P$  est modifiée par un correcteur de fonction de transfert  $C(p)$  pour donner la tension  $\varepsilon_{VP}$
- la tension  $v_\omega$  (image de la vitesse de rotation  $\omega_M$  du moteur) est soustraite à la tension  $\varepsilon_{VP}$  en sortie du correcteur pour donner la tension  $\varepsilon_V$
- cette tension  $\varepsilon_V$  est amplifiée par un amplificateur de gain pur  $G$  pour donner la tension d'alimentation du moteur  $u_M$  ; le moteur tourne alors à la vitesse angulaire  $\omega_M$  telle que  $\Omega_M(p) = M(p) U_M(p)$
- la rotation  $\theta_{EC}$  de la pièce d'entrée du double joint de Cardan est telle que  $\theta_{EC} = \lambda \theta_M$ , grâce au réducteur de vitesse fixé sur l'arbre moteur
- le double joint de Cardan est homocinétique et a pour fonction de transfert  $R(p) = 1$  (l'entrée est l'angle  $\theta_{EC}$ , et la sortie est  $\theta_{SC} = \theta_P$  où  $\theta_P$  est la rotation de la pince fixée sur la pièce de sortie du double joint de Cardan).

**Q17. Tracer le schéma bloc d'asservissement en position, d'entrée  $\theta_{PC}(p)$  et de sortie  $\theta_P(p)$ , faisant apparaître toutes les variables et les fonctions de transfert définies ci-dessus.**

### B. Performances de la commande

On donne :  $\lambda = 0,2$  et  $K_\theta = 0,01$  V rad<sup>-1</sup>

**Q18. On veut que, lorsque la pince atteint la position demandée (soit  $\theta_P = \theta_{PC}$ ), l'écart  $\varepsilon_P = v_{PC} - v_\theta$  soit nul. En déduire la relation entre  $K_C$ ,  $K_\theta$  et  $\lambda$  puis la valeur numérique de  $K_C$  qui permette d'assurer cet écart nul.**

Le servo-entraînement utilisé est le AXL305RS330E5 qui est composé du moteur RS330E, du variateur 10/20-60 et du réducteur GB à train épicycloïdal de réduction  $\lambda = 0,2$ .

Le moteur RS330E a comme caractéristiques :

- Constante de force électromotrice :  $K_E = 14,3 \text{ V} / 1000 \text{ tours min}^{-1}$
- Constante de couple :  $K_T = 0,137 \text{ N m A}^{-1}$
- Résistance de l'induit :  $R_l = 1 \text{ } \Omega$
- Inductance de l'induit :  $L_l = 1,65 \text{ mH}$
- Frottement visqueux rapporté à l'axe de rotation du moteur négligeable
- Inertie du rotor + de la charge entraînée rapportée à l'axe de rotation du moteur :  $J = 12 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$

À partir des équations du moteur à courant continu, on obtient la fonction de transfert suivante :

$$M(p) = \frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)} = \frac{K_T}{K_E \cdot K_T + J \cdot R \cdot p + J \cdot L \cdot p^2}$$

On donne  $K_\omega = 6 \text{ V} / 1000 \text{ tours min}^{-1}$

**Q19. Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique du gain G de l'amplificateur pour que la boucle tachymétrique (d'entrée  $e_{VP}$  et de sortie  $\omega_M$ ) présente un temps de réponse à 5 % minimum pour une entrée en échelon. Quel est alors le temps de réponse à 5 % ?**

Avec la valeur de G trouvée précédemment, on a alors calculé la fonction de transfert de boucle (ou en boucle ouverte) suivante pour l'asservissement en position :

$$H_B(p) = \frac{V_\theta(p)}{\varepsilon_p(p)} = C(p) \frac{86}{p(10^3 + 3,2 p + 5,3 \cdot 10^{-3} p^2)}$$

Les critères et niveaux de l'asservissement sont les suivants :

	Fonction	Critères	Niveaux
A42	Orienter le flacon	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Stabilité</li> <li>▪ Précision</li> <li>▪ Rapidité</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Marge de phase <math>M\phi &gt; 45^\circ</math></li> <li>▪ Marge de gain <math>MG &gt; 10 \text{ dB}</math></li> <li>▪ Écart statique nul à une entrée en échelon : <math>\varepsilon_\infty = 0</math> Nota : écart statique : <math>\varepsilon_\infty = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon_p(t)</math></li> <li>▪ Bande Passante à 0 dB de la fonction <math>H_B(p)</math> : <math>BP_0 &gt; 50 \text{ rad s}^{-1}</math> Nota : bande passante à 0 dB : <math>BP_0 = \{\text{pulsations } \omega / G_{dB}(\omega) &gt; 0\}</math> On définit la bande passante par sa largeur de bande (ici : <math>50 \text{ rad.s}^{-1}</math>)</li> </ul>

Figure 15 : Critères et niveaux de la fonction A42

On considère pour l'instant que le système n'est pas corrigé :  $C(p) = 1$

**Q20. Tracer sur la copie les diagrammes asymptotiques de Bode en amplitude et phase de la fonction de transfert  $H_B(p)$  du système non corrigé en plaçant avec précision les points caractéristiques.**

Pour la fin, la courbe de gain sera assimilée à son tracé asymptotique.

**Q21. Déterminer les valeurs de  $M\phi$ , marge de phase,  $MG$ , marge de gain et  $BP_0$ , bande passante à 0 dB de la fonction de transfert  $H_B(p)$ . Les critères de la fonction A42 sont-ils vérifiés ?**

On prend alors une correction proportionnelle :  $C(p) = C_0$ .

**Q22. Déterminer la bande de valeurs de  $C_0$  qui permettent de vérifier les critères de la fonction A42.**

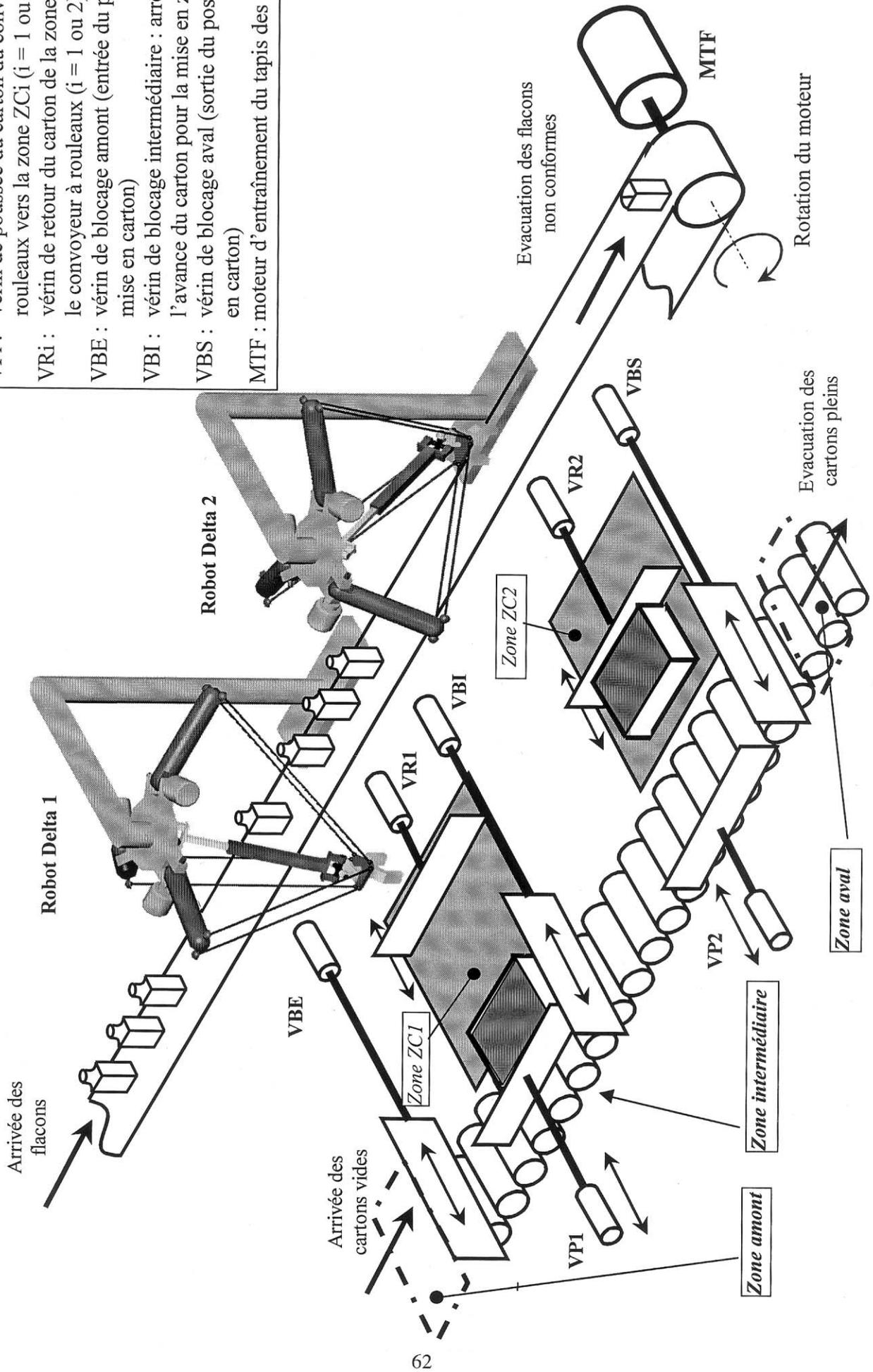
La rapidité de la réponse à une consigne de ce système d'orientation de la pince (caractéristique importante ici, car celui-ci doit avoir un temps de réponse inférieur au système à structure Delta qui déplace la plate-forme 4) est obtenue par une bande passante suffisante. La stabilité et la limitation des oscillations de la pince sont obtenues par les marges de stabilité relativement importantes de  $45^\circ$  en phase et de 10 dB en gain. La précision statique est assurée de manière intrinsèque de part la structure même de l'asservissement : on a donc un système performant pour le système d'orientation de la pince.

Grâce aux calculs effectués pour la détermination des actionneurs (partie V) et pour la validation de la commande d'orientation de la pince (partie VI), on peut déterminer la durée du cycle de remplissage d'un carton de 48 flacons. Dans l'entreprise où ce système est utilisé la productivité est de l'ordre de 70 cartons à l'heure : une performance rendue possible par l'utilisation de robots à structure Delta dont le temps de cycle de 0,8 seconde est exceptionnellement faible.

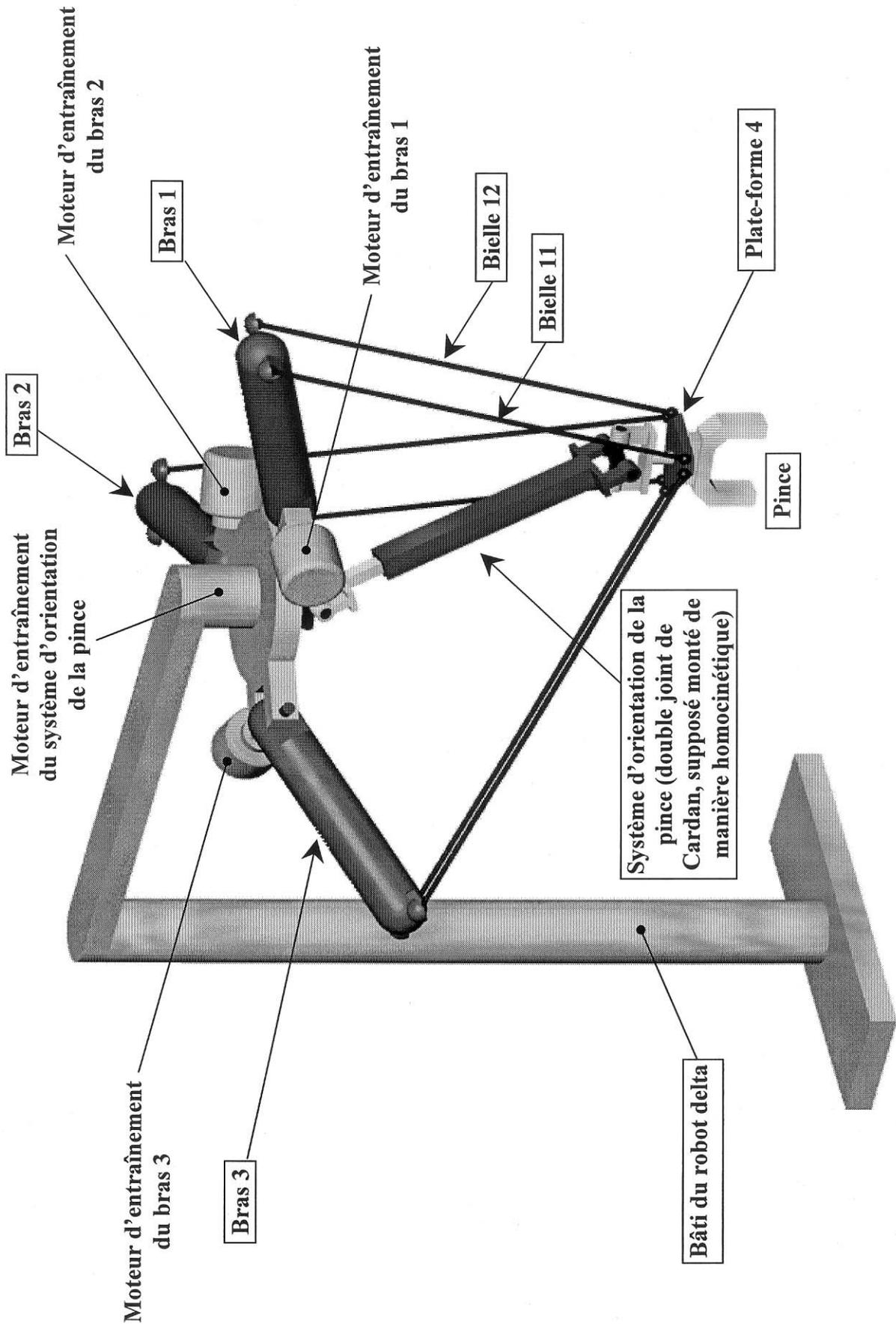
**– Fin –**

## Document DRA : Unité de conditionnement de flacons en verre

VPi :	vérin de poussée du carton du convoyeur à rouleaux vers la zone ZCi (i = 1 ou 2)
VRi :	vérin de retour du carton de la zone ZCi vers le convoyeur à rouleaux (i = 1 ou 2)
VBE :	vérin de blocage amont (entrée du poste de mise en carton)
VBI :	vérin de blocage intermédiaire : arrêt de l'avance du carton pour la mise en zone ZC1)
VBS :	vérin de blocage aval (sortie du poste de mise en carton)
MTF :	moteur d'entraînement du tapis des flacons



## Document DRB : Robot à structure parallèle de type « delta »



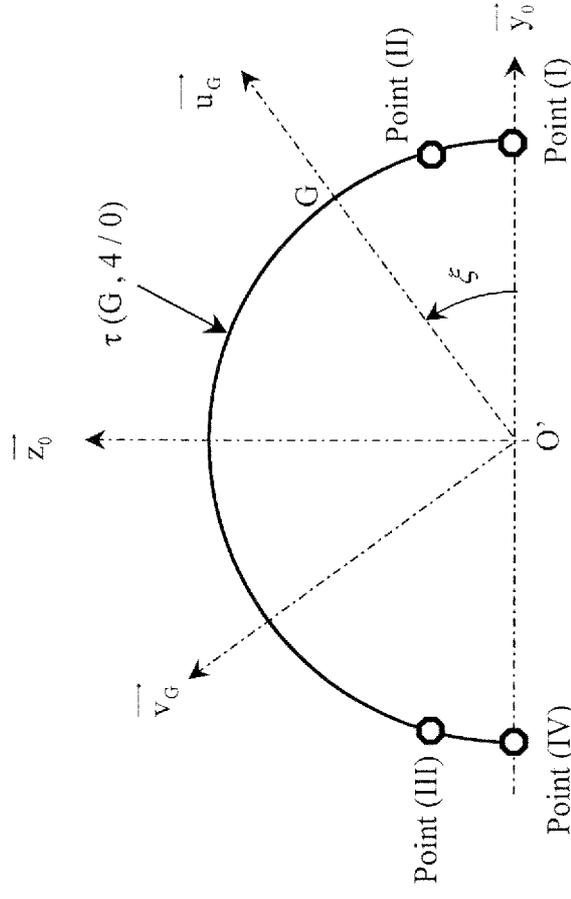
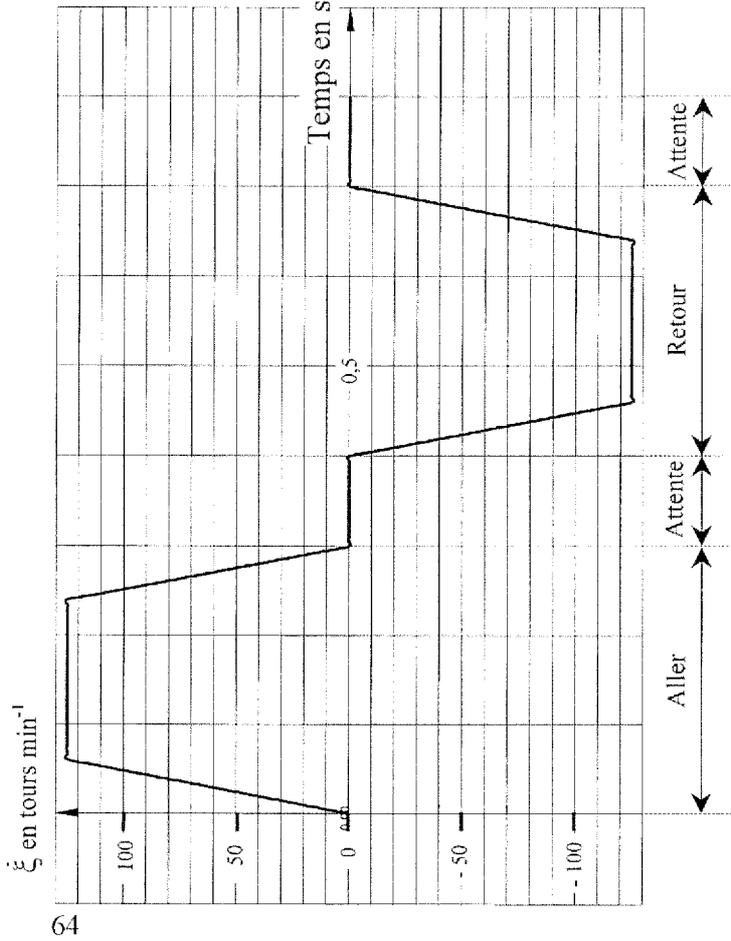
## Document DRC : Mouvement de la plate-forme 4

Le temps de cycle total de 0,8 s se décompose comme suit (Cf. dessin de la trajectoire et courbe ci-dessous) :

- aller : 0,40 s**
- accélération angulaire constante pendant 0,06 s : on a  $N(t=0) = 0$  et  $N(t=0,06) = 125 \text{ tours min}^{-1}$
- vitesse constante ( $125 \text{ tours min}^{-1}$ ) pendant 0,18 s
- décélération angulaire constante pendant 0,06 s : on a  $N(t=0,24) = 125 \text{ tours min}^{-1}$  et  $N(t=0,30) = 0$
- attente : 0,10 s**
- retour : 0,40 s**
- accélération angulaire constante pendant 0,06 s : on a  $N(t=0,4) = 0$  et  $N(t=0,46) = -125 \text{ tours min}^{-1}$
- vitesse constante ( $-125 \text{ tours min}^{-1}$ ) pendant 0,18 s
- décélération angulaire constante pendant 0,06 s : on a  $N(t=0,64) = -125 \text{ tours min}^{-1}$  et  $N(t=0,70) = 0$
- attente : 0,10 s**

Positions angulaires atteintes :

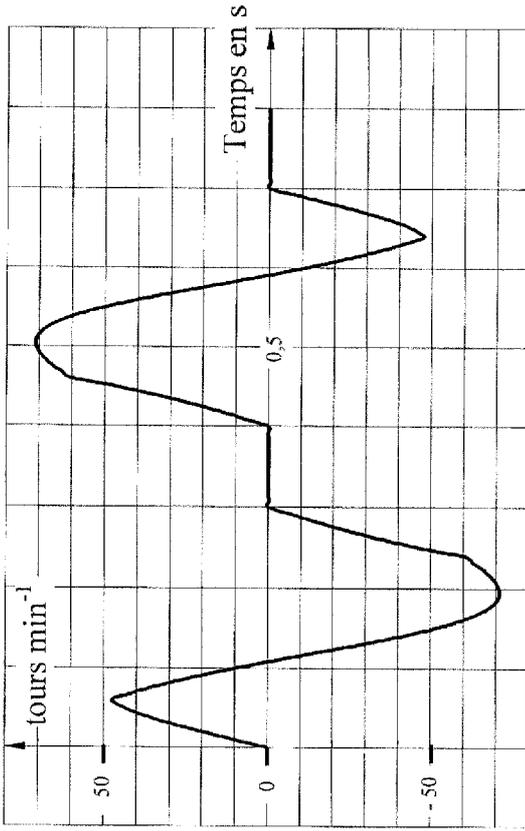
- A  $t = 0$   $\xi = 0^\circ$  Point (I)
- A  $t = 0,06 \text{ s}$   $\xi = 22,5^\circ$  Point (II)
- A  $t = 0,24 \text{ s}$   $\xi = 177,5^\circ$  Point (III)
- A  $t = 0,30 \text{ s}$   $\xi = 180^\circ$  Point (IV)
- A  $t = 0,40 \text{ s}$   $\xi = 180^\circ$  Point (IV)
- A  $t = 0,46 \text{ s}$   $\xi = 177,5^\circ$  Point (III)
- A  $t = 0,64 \text{ s}$   $\xi = 22,5^\circ$  Point (II)
- A  $t = 0,70 \text{ s}$   $\xi = 0^\circ$  Point (I)
- A  $t = 0,80 \text{ s}$   $\xi = 0^\circ$  Point (I)



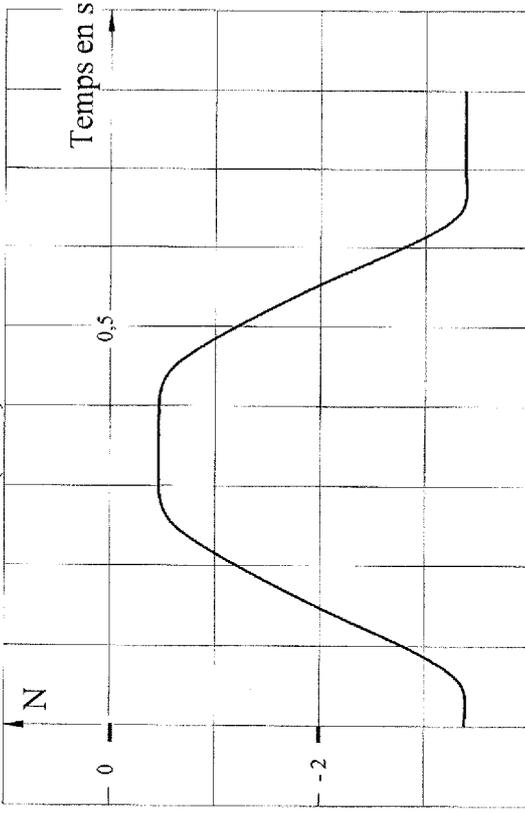
$\tau(G, 4/0)$  : trajectoire du centre de gravité  $G$  de la plate-forme 4 par rapport au bâti  $\mathbf{0}$  : cercle de rayon  $O'G = R_T = 250 \text{ mm}$  (avec  $O' = H z_0$ )

## Document DRD : courbes obtenues par simulation sur un cycle de travail de 0,8 s

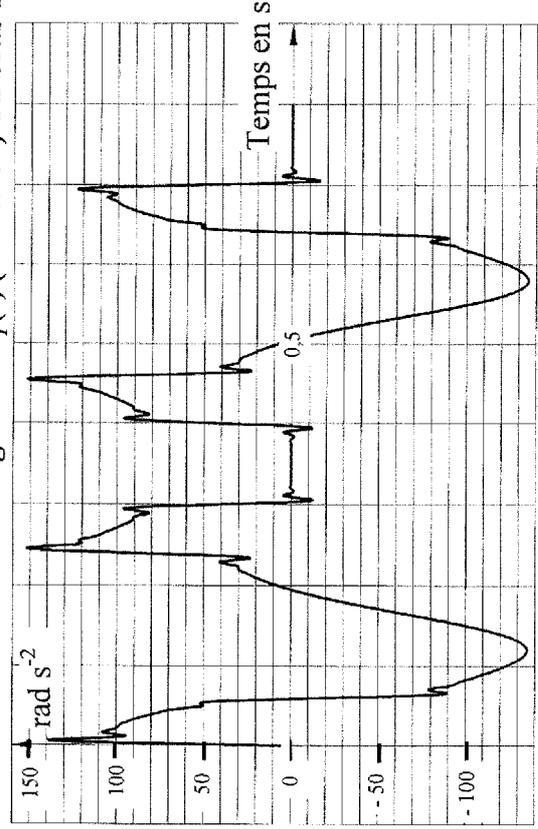
Courbe de la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_1(t)$  (en tours  $\text{min}^{-1}$ ) du bras 1



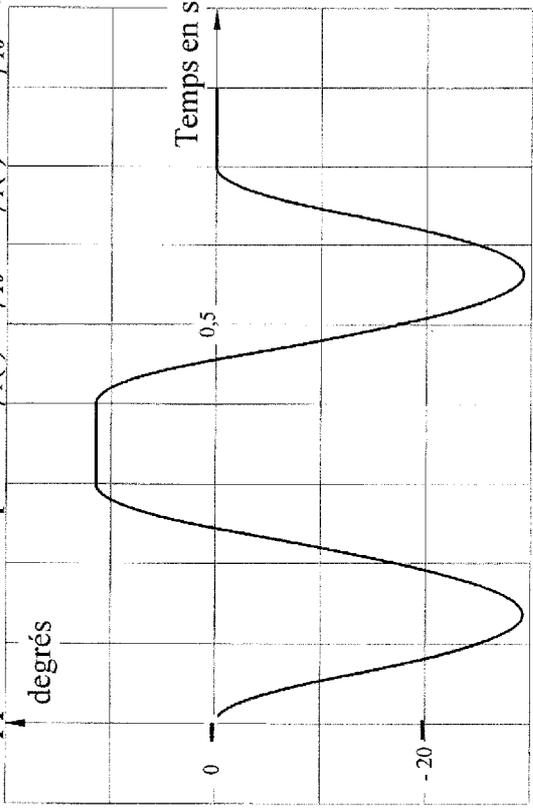
Courbe de l'effort  $F_1$  (en N) de la bielle 11 sur le bras 1



Courbe de l'accélération angulaire  $\ddot{\theta}_1(t)$  (en  $\text{rad s}^{-2}$ ) du bras 1



Courbe des variations angulaires  $\Delta\varphi_1$  (en degrés) de la rotation de la bielle 11 par rapport au bras 1 [Nota :  $\varphi_1(t) = \varphi_{10} + \Delta\varphi_1(t)$  avec  $\varphi_{10} = 90^\circ$ ]



## Rapport de M. Vincent CRESPEL, correcteur.

### *Objectif de l'épreuve de sciences industrielles*

Si tous les candidats inscrits dans l'option sciences industrielles de la filière M.P. composent sur cette épreuve, seules les copies des admissibles sont corrigées et la note obtenue contribue à l'admission. Cette épreuve permet d'identifier et de classer, parmi les candidats admissibles, ceux qui sont les plus aptes à continuer leurs études à l'École polytechnique. Elle permet d'évaluer le niveau de compétences atteint par les candidats dans le domaine des sciences industrielles, conformément au programme de la filière.

Ainsi, au travers des questions posées, les candidats sont invités, sur un système mécanique moderne issu du monde industriel :

- à en décrire le fonctionnement,
- à identifier et analyser des fonctions techniques,
- et à vérifier les performances et le comportement de certains constituants.

La démarche proposée et les questions posées s'appuient sur le programme de sciences industrielles de la filière M.P. et font appel aux compétences acquises par l'étudiant pendant ses deux années d'étude en classe préparatoire aux grandes écoles.

Il est à noter que l'organisation générale du sujet, validée par les précédentes sessions, ne devrait pas être modifiée de façon significative pour la session 2003.

### *Présentation du sujet de la session 2002*

Le support retenu cette année est un robot à structure « parallèle » utilisé dans un poste d'encartonnage de flacons de parfums. La technologie de ce système est le fruit des recherches et des techniques les plus modernes. Le champ des applications de ces robots à structure parallèle est en plein développement et tous les spécialistes de la robotique leur prédisent un avenir prometteur : en effet, ces nouvelles formes de robots combinent un grand nombre de qualités (précision, rigidité et rapidité exceptionnelles, . . . ) et ils sont très performants dès lors que l'espace de travail est limité et que les cadences demandées sont élevées, ce qui était le cas de l'application de ce sujet.

Pendant la réalisation du sujet, les auteurs ont sollicité l'expérience et la compétence des ingénieurs qui ont conçu et qui utilisent ces robots. Ces contacts industriels permettent de valider la dimension industrielle du système, indispensable dans cette épreuve.

### *Commentaires sur les résultats*

La moyenne obtenue pour les 172 copies corrigées est de 8,89 (9,71 pour les 132 candidats français et 6,16 pour les 40 candidats étrangers). L'écart-type pour l'ensemble des candidats est de 3,77.

La structure du sujet, comprenant de nombreuses parties indépendantes, permettait à tous les candidats de s'exprimer dans le temps imparti de l'épreuve. Les résultats sont

cependant très disparates : les meilleurs candidats ont abordé avec succès la quasi-totalité des questions alors que certains ont été bloqués au bout de quelques questions. Les notes s'étalent de 1 à 20.

La distribution des notes pour les 132 candidats français et les 40 candidats étrangers est la suivante :

Notes obtenues par les candidats	Candidats français	Candidats étrangers
$0 \leq N < 4$	3%	25%
$4 \leq N < 8$	31%	58%
$8 \leq N < 12$	43%	15%
$12 \leq N < 16$	15%	2%
$16 \leq N < 20$	8%	0%

La présentation des copies est en général très correcte et les résultats sont bien mis en valeur, ce que j'ai apprécié. Cependant, quelques rares copies sont à la limite de la lisibilité et de la propreté et elles ont donc été pénalisées. Toutes les parties ont été abordées de manière assez uniforme. Apparemment, les candidats n'ont eu aucun mal à s'appropriier la problématique industrielle à partir des documents proposés, puisque même les copies les plus faibles réussissent à expliciter les fonctions du système. Les outils, à part le Grafcet, sont globalement bien maîtrisés par la plupart des candidats corrigés. Cependant, on note :

- un manque de rigueur élémentaire dans la grande majorité des copies, ce qui est surprenant pour des candidats admissibles à l'École polytechnique (confusion entre vecteurs et scalaires, unités absentes, hétérogénéité des résultats obtenus, démarche non structurée,...)
- beaucoup de copies où les candidats essaient de « grappiller » des points : les sujets de sciences industrielles interdisent en général cette démarche par leur structure même et il peut être difficile, par exemple, de répondre sereinement aux questions sur les systèmes linéaires (**question 17** à **question 22**) sans avoir analysé le système par les premières questions qui donnent un cadre d'étude cohérent et rigoureux. . .
- quelques rares copies de candidats qui semblent avoir omis de travailler leur cours de sciences industrielles et qui essaient de se raccrocher au cours de mécanique du point développé en physique : les théorèmes valables pour le point matériel sont insuffisants pour conduire l'analyse proposée et il est pour le moins étonnant que certains s'en satisfassent.

Manifestement, le sujet a permis aux candidats de s'exprimer et je suis personnellement très satisfait de la majorité des copies que j'ai corrigées. La grande majorité des candidats s'est appropriée le système et ils ont bien compris la démarche qui leur était proposée. Ils ont largement développé les analyses attendues. Par contre, l'analyse critique des résultats reste très succincte : j'encourage les futurs candidats à développer cet aspect pour les sessions futures, un ingénieur ne pouvant donner une valeur sans en vérifier la pertinence !

Je souhaite enfin souligner la qualité de certaines copies, tant dans leur analyse de la démarche proposée que dans la conduite des calculs, ce qui montre la pertinence de cette épreuve à identifier des compétences spécifiques.

### *Commentaires sur les réponses des candidats*

**Question 1 (moyens des fonctions A1 à A5).** Cette question a été abordée par l'ensemble des candidats.

Cette question d'analyse des documents a été très bien traitée ; quelques rares incohérences.

**Question 2 (mise en place du chronogramme et recherche du temps de cycle).** Cette question a été abordée par presque tous les candidats.

Plus de deux candidats sur trois semblent méconnaître, voire ignorer, l'outil « Grafcet ». La capacité à analyser des systèmes séquentiels par cet outil est une des compétences du programme de sciences industrielles en filière M.P. et il est étonnant qu'elle soit tant négligée.

La réponse à cette question d'analyse et de compréhension du fonctionnement séquentiel du système prenait du temps : il en a évidemment été tenu compte dans la correction et les trop rares candidats (10%) qui sont allés jusqu'au bout ont vu leurs efforts récompensés.

Quelques candidats n'ont aucune idée de ce qu'est un chronogramme et les inventions les plus farfelues ont pu être observées ! Les tracés ne sont pas toujours propres et réalisés à la règle et les consignes de travail énoncées dans la question ont parfois été omises.

**Question 3 (réceptivités manquantes à compléter).** Cette question n'a été abordée que par environ la moitié des candidats.

Là encore, cette question a été très mal traitée, alors qu'elle était complètement indépendante de la précédente. La notion d'état d'étape pour coordonner les Grafcet est très mal connue et les réponses ont été parfois complètement incohérentes. Cette question semblait facile, mais trop de candidats ont été pénalisés par leur méconnaissance de l'outil Grafcet.

**Question 4 (expressions des éléments manquants du diagramme SADT niveau A4).** Cette question a été abordée par tous les candidats.

Cette question de mise en place de l'analyse a été très bien traitée ; quelques rares incohérences.

**Question 5 (vérification de la direction du vecteur instantané de rotation).** Cette question a été abordée par la plupart des candidats.

La mise en place de la composition des mouvements manque souvent de rigueur (en particulier : indication du point d'écriture absente et sommation de torseurs écrits en

des points différents) et on note quelques candidats qui arrivent au résultat demandé après plusieurs lignes fausses, ce qui est scientifiquement malhonnête !

**Question 6 (montrer que le mouvement de la plate-forme par rapport au bâti est une translation).** Cette question a été abordée par la très grande majorité des candidats.

Si on excepte certaines copies où la justification et les explications sont incompréhensibles et / ou incohérentes, cette question a globalement été très bien traitée.

**Question 7 (fermeture linéaire).** Cette question a été abordée par la très grande majorité des candidats.

Si on excepte certaines copies dans lesquelles les erreurs de projection sont multiples, cette question a globalement été très bien traitée. Une donnée (le rayon  $R$ ) avait disparu dans la version finale du sujet : il a été tenu compte dans la notation de la gêne éventuelle.

**Question 8 (recherche des solutions du problème inverse).** Cette question a été abordée par peu de candidats.

- a) La recherche de la tangente du demi-angle de rotation a conduit en général à de très lourds calculs mathématiques développés sans recherche rigoureuse de solution. Il était utile de lire attentivement la question pour identifier les angles à éliminer par addition des carrés de leurs sinus et cosinus. Cette question était complètement indépendante de la suite et elle a permis à plusieurs candidats de prouver leur capacité à traiter un problème complexe.
- b) Le nombre de solutions théoriques a été trouvé par un nombre assez important de candidats, mais la justification graphique (intersection d'un cercle avec une sphère) n'a été trouvée que par moins de 5% des candidats.
- c) La procédure de test a été proposée par très peu de candidats, mais toujours de manière très correcte (et ce, même pour ceux qui avaient mal répondu aux parties a) et b) : en effet, une bonne compréhension du problème permettait de répondre à cette question).

**Question 9 (graphe des liaisons et recherche du nombre cyclomatique et du degré d'hyperstatisme).** Cette question a été abordée par la très grande majorité des candidats.

Si le graphe des liaisons est en général très correctement et proprement tracé, le calcul du degré d'hyperstatisme se révèle plus aléatoire, les valeurs allant de  $h = -5$  à  $h = 40$  ! On note aussi quelques candidats qui supposent la bonne réponse (à savoir  $h = 0$ ) et qui y arrivent après un grand nombre d'erreurs et d'explications aussi complexes que fausses.

**Question 10 (détermination de la direction de la résultante de l'action mécanique de 11 sur 1).** Cette question a été abordée par la très grande majorité des candidats.

Pièce isolée non indiquée, bilan des actions mécaniques faux, mauvais théorème utilisé, ... cette question, très simple et très classique, a été très mal abordée puisque rares sont les candidats qui ont obtenu des points. Il suffisait d'isoler la bielle 11 (soumise à deux glisseurs) et d'appliquer le théorème du moment dynamique (et non celui de la résultante!) puis d'appliquer le théorème des actions réciproques, ce qui constitue une démarche classique du cours de sciences industrielles.

**Question 11 (expression du couple moteur).** Cette question a été abordée par la très grande majorité des candidats.

Parmi les candidats qui ont répondu correctement à la question<sup>1</sup>, très peu d'erreurs de calcul, mais beaucoup d'erreurs de signe lors de l'écriture finale du couple.

**Question 12 (accélération du centre de gravité).** Cette question a été abordée par peu de candidats.

Parmi les rares candidats (moins d'un candidat sur trois) qui ont abordé et répondu à cette question<sup>1</sup>, beaucoup d'erreurs, en particulier sur les projections.

*Remarque :*

*J'ai souvent pu lire les termes « théorème du centre d'inertie » et « théorème du moment cinétique » (au lieu de « théorème de la résultante dynamique » et « théorème du moment dynamique ») et ce vocabulaire ne m'a pas gêné, si ce n'est que la majorité des copies qui utilisent cette terminologie font une grande confusion entre point matériel et solide et que l'écriture des théorèmes est presque toujours fautive : ainsi, dans ces copies, il n'est pas rare que le moment cinétique soit égal aux moments des actions mécaniques, que les actions de liaison aient été oubliées et que la dérivée première devienne miraculeusement une dérivée seconde dans les deux dernières lignes...*

*Si le vocabulaire est libre, je ne saurais trop encourager les candidats à utiliser les notations du cours de sciences industrielles, dont la richesse permet d'aborder sereinement les problèmes !*

**Question 13 (vérification du critère).** Cette question a été abordée par peu de candidats.

On remarque beaucoup d'erreurs dans la détermination du vecteur accélération du centre de gravité, alors que c'est un grand classique du cours de sciences industrielles.

---

<sup>1</sup>Pour être noté aux questions **Question 10** à **Question 12**, il fallait obligatoirement utiliser la démarche cohérente vue en cours, c'est-à-dire indiquer le système isolé et faire un bilan des actions mécaniques complet et cohérent.

La recherche des valeurs sur la courbe fournie est, par contre, globalement très bien réalisée. L'oubli des unités a malheureusement pénalisé de nombreux candidats...

**Question 14 (couple à l'instant  $t = 0,24$  s). Cette question a été abordée par la majorité des candidats.**

Parmi les candidats qui ont abordé la question, nombreux sont ceux qui ont calculé une valeur numérique correcte... malheureusement sans l'unité, ce qui a été pénalisé!

**Question 15 (couple à l'instant  $t = 0,24$  s). Cette question a été abordée par peu de candidats.**

Le tableau a été mal compris (beaucoup de candidats ont cru que les données étaient celles obtenues en sortie du moteur, alors que ce sont celles qu'on obtient en sortie du servo-entraînement) et il en a été tenu compte dans la notation (les deux justifications ont été acceptées). À l'exception de quelques rares copies, les réponses à cette question sont correctes.

**Question 16 (couples des moteurs M2 et M3). Cette question a été abordée par très peu de candidats.**

Le théorème de l'énergie cinétique (dont l'utilisation était indispensable ici) est très mal connu et utilisé. Beaucoup utilisent la notation intégrée entre deux instants, ce qui était impossible ici. Le bilan des actions mécaniques et la justification des puissances sont souvent très mal réalisés. Seuls deux candidats ont répondu à cette question avec toute la rigueur nécessaire.

**Question 17 (schéma-bloc de l'asservissement). Cette question a été abordée par tous les candidats.**

Dans la quasi-totalité des copies, cette réponse est correctement et complètement rédigée, mais le tracé est souvent réalisé sans la règle. Quelques candidats oublient l'intégrateur dans la boucle d'asservissement en position.

**Question 18 (valeur du gain du convertisseur). Cette question a été abordée par tous les candidats.**

Quasiment tous les candidats ont obtenu une formule et une valeur numérique correcte qu'ils ont (là encore) fournie sans unité, ce qui a été pénalisé. Dans les rares résultats faux, beaucoup d'étourderies et de calculs mal conduits.

**Question 19 (détermination de G).** Cette question a été abordée par tous les candidats.

Très peu de bonnes réponses, tant dans le calcul de l'expression de G en fonction de z que dans l'application numérique. De trop nombreux candidats ne savent pas que la réponse la plus rapide à une entrée en échelon pour un système du second ordre est obtenue pour la valeur  $z = 0,7$  (en fait, on a plutôt  $z = 0,695$  et non  $0,707$  comme on voit trop souvent) et que, dans ce cas, le produit entre la pulsation propre et le temps de réponse à 5 % est égal à 3. Là encore, de nombreux candidats oublient les unités (même quand il n'y en a pas, il faut indiquer que le résultat est sans unité).

**Question 20 (diagrammes asymptotiques de Bode).** Cette question a été abordée par tous les candidats.

Les tracés des diagrammes de Bode en amplitude et en phase étaient classiques et sans difficultés, mais la propreté et la cohérence des tracés sont rares. La détermination des coordonnées des points de cassure est souvent mal réalisée. De plus, dans le diagramme de gain, on note souvent peu de différences entre les tracés de la pente de - 60 dB/décade obtenue après la cassure et celle de - 20 dB/décade, avant la cassure!. Quelques candidats ne tracent que le diagramme de gain, ce qui n'a aucun sens, l'étude ultérieure portant sur les deux diagrammes : ces candidats ont été pénalisés.

**Question 21 (vérification des critères).** Cette question a été abordée par la majorité des candidats.

La recherche des marges de stabilité (pour les candidats qui savent de quoi il s'agit, certains semblant découvrir ces termes le jour du concours!) est en général très bien réalisée, même si le travail manque souvent de rigueur et de justification. La recherche de la bande passante à 0 dB est aussi bien réalisée. Cependant, il a été très rare de trouver des candidats qui ont vérifié la précision (immédiate avec l'intégrateur et la question Q18 qui permettait d'avoir un écart nul lorsque l'entrée et la sortie étaient égales). Quelques candidats ont tenté de travailler avec les courbes réelles au lieu des courbes de gain : la différence des résultats obtenus par les deux études est minimale ... sauf au niveau des calculs!

**Question 22 (bande de valeurs du gain du correcteur proportionnel).** Cette question a été abordée par peu de candidats.

La recherche de la bande de valeurs imposait une démarche rigoureuse qui n'a été réalisée que par les meilleurs candidats :

- on commence par imposer une bande passante à 50 rad/s et on trouve la valeur minimale du gain du correcteur : on peut alors vérifier que les nouvelles marges de phase et de gain conviennent ;

- on détermine ensuite la valeur maximale du gain qui vérifie la marge de gain imposée : on peut alors vérifier que la bande passante et la marge de phase obtenues avec cette valeur conviennent ;
- on détermine ensuite la valeur maximale du gain qui vérifie la marge de phase imposée : on peut alors vérifier que la bande passante obtenue avec cette valeur convient, mais que ce n'est pas le cas de la marge de gain.

Ces trois contraintes donnaient finalement une bande qui n'a été obtenue par aucun candidat, à cause souvent de beaucoup trop d'erreurs de calculs.

### **Conseils aux candidats**

Il est conseillé de prendre connaissance de tout le sujet avant de commencer à composer, ce qui permet de comprendre l'organisation du sujet, d'identifier les parties indépendantes,... Ceci permet, en outre, de mieux répondre aux questions, la connaissance des attendus du sujet évitant les fausses pistes. Il est recommandé d'apporter le plus grand soin à la rédaction de la copie, de rédiger dans un français correct et sans fautes d'orthographe, d'encadrer ou de souligner les résultats... sans oublier les unités des applications numériques. Il est, de plus, vivement recommandé de vérifier la pertinence des résultats obtenus : cette validation est la preuve d'une rigueur scientifique et elle est valorisée dans cette épreuve (faire des erreurs est le lot de tous, savoir les repérer est une qualité indéniable).