ONDES

CALCULATRICES AUTORISÉES

I. Cordes vibrantes

I.1. Propagation d'un signal le long d'une corde

Un signal progressif (perturbation) se propage le long d'une corde d'axe (Ox), tendue. À la date $t = 0$, le signal part du point O, origine de l'axe (Ox) et se propage selon les x croissants. Le graphique ci-dessous représente le déplacement au cours du temps d'un point M de la corde d'abscisse $x_M = 8,0\,\text{cm}$, déplacement noté $u_i(x_M, t)$.

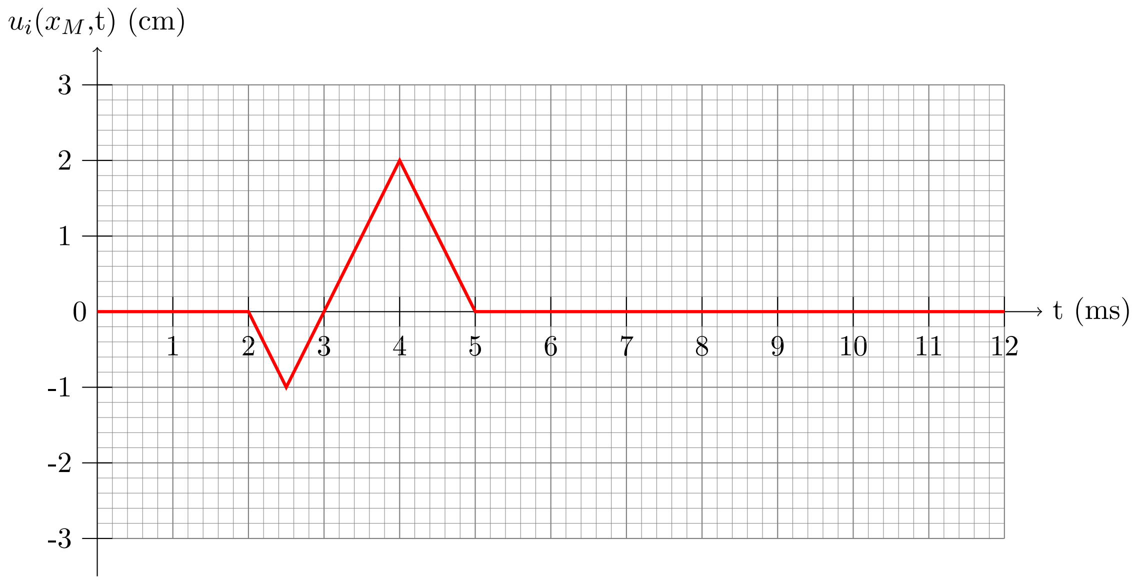


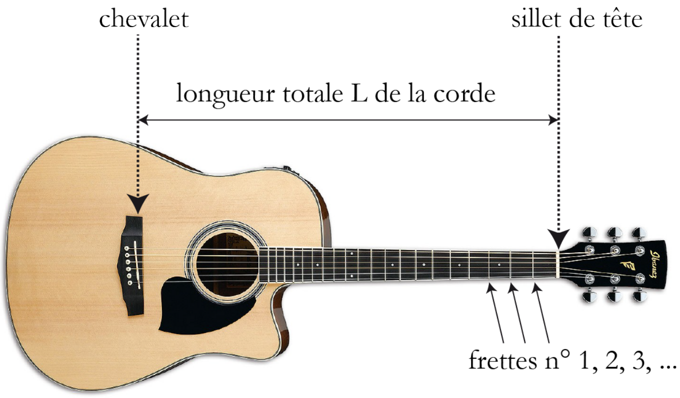
FIGURE 1 – Perturbation temporelle au point M d'abscisse $x_M = 8,0\,\text{cm}$.

1. À quelle date t_1 la perturbation arrive-t-elle en M ?
   Calculer la célérité c de l'onde le long de la corde.
2. La célérité des ondes sur une corde tendue dépend de la tension T de cette corde (force avec laquelle elle est tendue) et de sa masse linéique μ (masse par unité de longueur). Par analyse dimensionnelle, donner l'expression de c en fonction de T et μ, à un facteur multiplicatif sans dimension près.
3. Pour augmenter cette célérité, pourrait-on tendre la corde plus fortement ? choisir une corde de masse plus grande (pour une même longueur) ? produire une perturbation d'amplitude différente ? Justifier les réponses.
4. Pendant quelle **durée** Δt le point M est-il affecté par le passage de l'onde ? Quelle est la **longueur** de la perturbation ?
5. On considère un point N d'abscisse $x_N = 32,0\,\text{cm}$. À quelle date t_2 la perturbation arrive-t-elle en N ? Représenter l'évolution temporelle du signal au point N sur le canevas de la figure 1 en annexe.
6. Exprimer l'allure $u_i(x, t_3)$ de la corde à la date $t_3 = 8,0\,\text{ms}$. La représenter sur le canevas de la figure 2 en annexe. On placera les points M et N sur la corde.
7. La corde est en fait fixée à un support à l'abscisse $x = L = 40\,\text{cm}$. Justifier qu'il existe une onde réfléchie $u_r(x, t)$. Établir son expression en fonction de l'onde incidente u_i en x_M.
   Représenter l'allure de $u_r(x, t_4)$ à la date $t_4 = 15,0\,\text{ms}$ sur le canevas de la figure 3 en annexe.

I.2. Positionnement des frettes d'une guitare

On considère la corde de «La» d'une guitare, corde homogène, quasi-inextensible, de masse linéique μ (masse par unité de longueur) et de longueur L, tendue entre ses deux extrémités fixes O et A avec une tension constante T. Les points O (au niveau du chevalet, cf. figure ci-dessous) et A (au niveau du sillet) sont solidaires de la guitare. À l'équilibre, la corde est rectiligne.

Pour le guitariste, les notes accessibles sont quantifiées par des barrettes (frettes), placées sur le manche. Ces frettes permettent de réduire momentanément la longueur de la corde, la tension T (et donc la célérité c des ondes) restant constante. En bloquant la corde avec le doigt contre la frette, le guitariste diminue la longueur de la corde libre de vibrer (longueur de vibration allant alors de la frette jusqu'au chevalet) et obtient la note voulue. On cherche à déterminer les emplacements à donner aux frettes lors de la construction du manche de la guitare.



8. Donner la définition d'un mode propre sinusoïdal de vibration de la corde.
Indiquer le lien entre la longueur L de la corde et la longueur d'onde λ_n du n-ième mode propre. En déduire les expressions des fréquences f_n correspondantes, en fonction de c et L, et l'expression mathématique du n-ième mode $u_n(x,t)$.

9. Dessiner l'allure de la déformation associée au mode de vibration fondamental ($n = 1$) à deux instants différents. Faire de même pour les trois harmoniques suivants ($n = 2$, 3 et 4).

10. La corde de « La » a une longueur $L_{La} = 0,64\,\text{m}$, et correspond à la fréquence $f_1 = 110\,\text{Hz}$. En déduire la célérité des ondes dans cette corde.

11. Justifier où il faut placer la frette permettant de «monter» la note d'une octave, c'est-à-dire pour doubler la fréquence fondamentale et donc obtenir la fréquence $f_1' = 2f_1$?

12. La guitare s'appuie sur la gamme «dodécaphonique» (12 sons) : do - do# (ou ré♭) - ré - ré# (ou mi♭) - mi - fa - fa# (ou sol♭) - sol - sol# (ou la♭) - la - la# (ou si♭) - si - do (note de l'octave supérieure). L'intervalle entre deux notes consécutives de cette gamme s'appelle le demi-ton. Le signe #, ou «dièse», signifie qu'un demi-ton est ajouté à la note et ♭, ou «bémol», qu'un demi-ton est retranché. On passe d'une note de la gamme à la suivante en multipliant la fréquence toujours par la même constante K. En répétant 12 fois l'opération, on retrouve l'intervalle d'une octave. Calculer la valeur de la constante K.

13. Déterminer, **en fonction uniquement de K et de L_{La}**, la distance Δx sur le manche de la guitare entre le sillet et la frette N°1 permettant de passer du La au La# . Calculer la valeur numérique de Δx.

14. Le fait d'effleurer la corde, sans la presser complètement, permet de la laisser vibrer sur toute sa longueur tout en imposant un nœud de vibration à l'endroit où l'on pose le doigt : ceci a pour effet de supprimer une partie des harmoniques. Dans le cas de la corde «La», de fréquence fondamentale $f_1 = 110\,\text{Hz}$, en effleurant la corde soit au quart soit aux trois quarts de sa longueur L_{La}, un son plus aigu est émis, avec seulement quelques harmoniques. Évaluer la fréquence f de vibration du son émis.

* * * FIN DE L'ÉPREUVE * * *
(pensez à détacher et rendre votre annexe avec votre NOM et Prénom)

ANNEXE (Cordes vibrantes) - NOM Prénom :

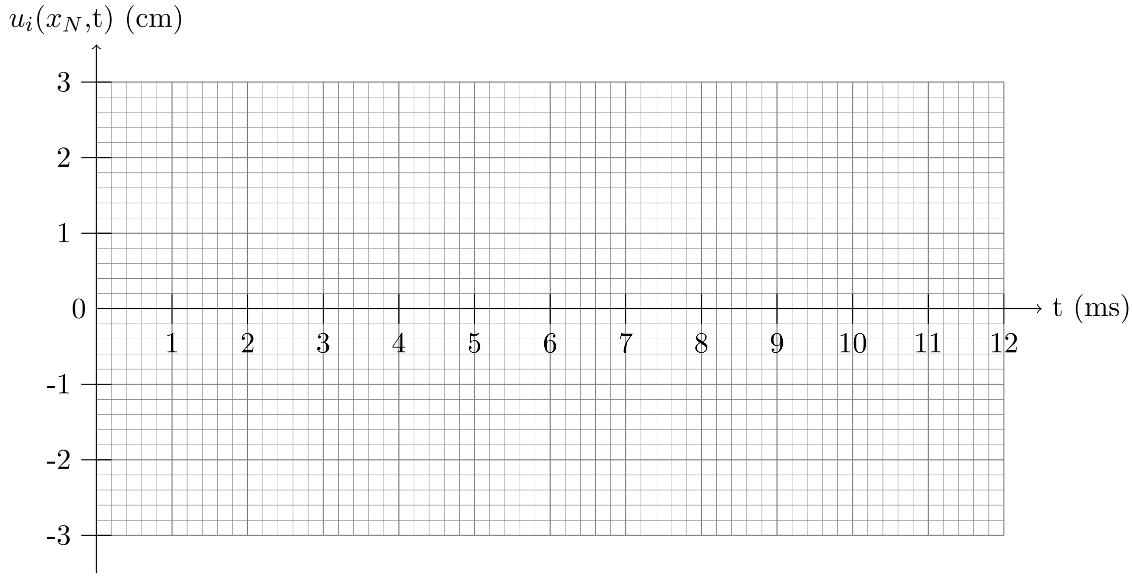


FIGURE 1 - Perturbation temporelle incidente au point N.

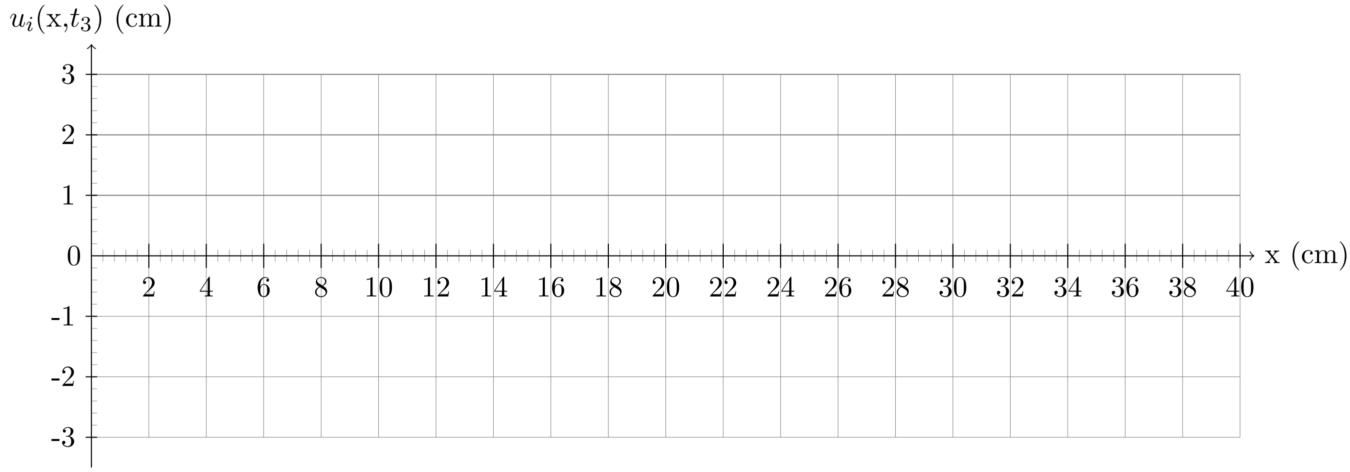


FIGURE 2 - Perturbation spatiale incidente à la date $t_3 = 8,0\,\text{ms}$.

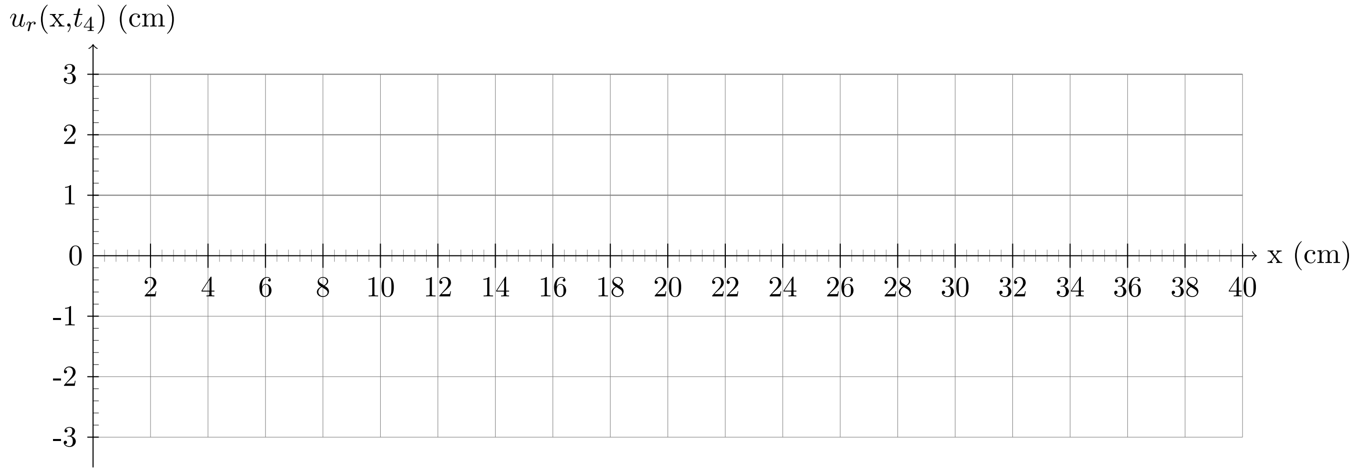


FIGURE 3 - Perturbation spatiale réfléchie à la date $t_4 = 15,0\,\text{ms}$.